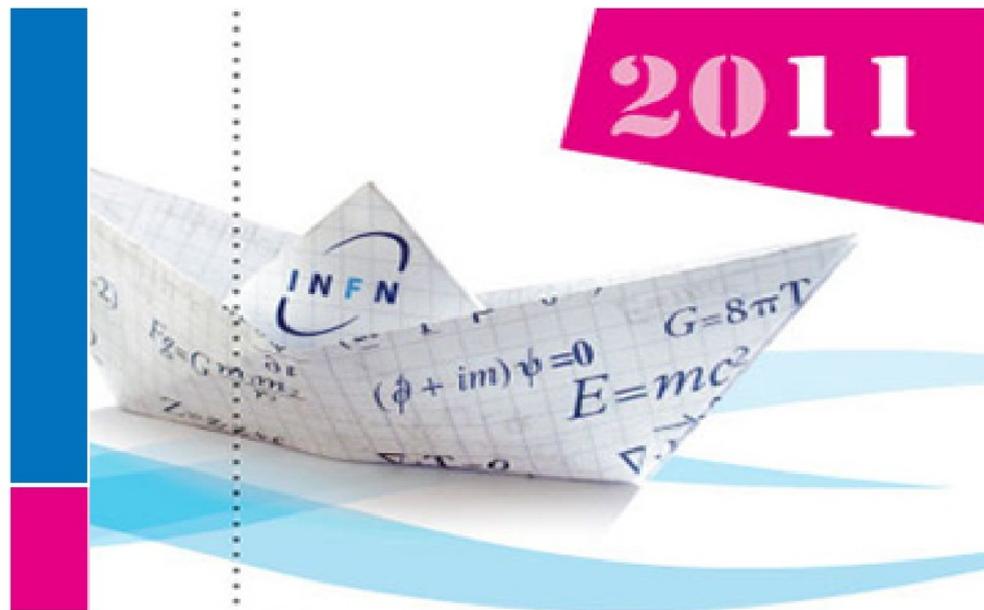


Fisica in Barca



GPS e Relatività

Sommario



Il sistema GPS



Relatività

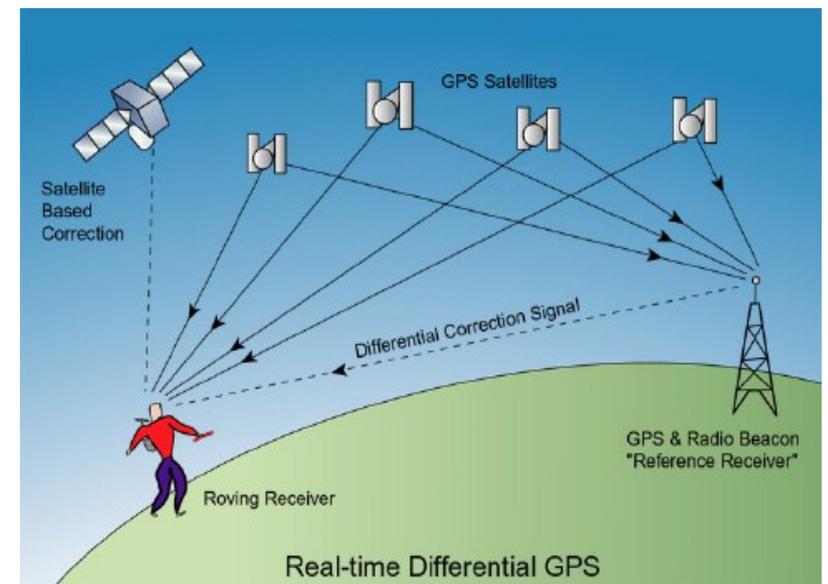
$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \end{cases}$$

Correzioni



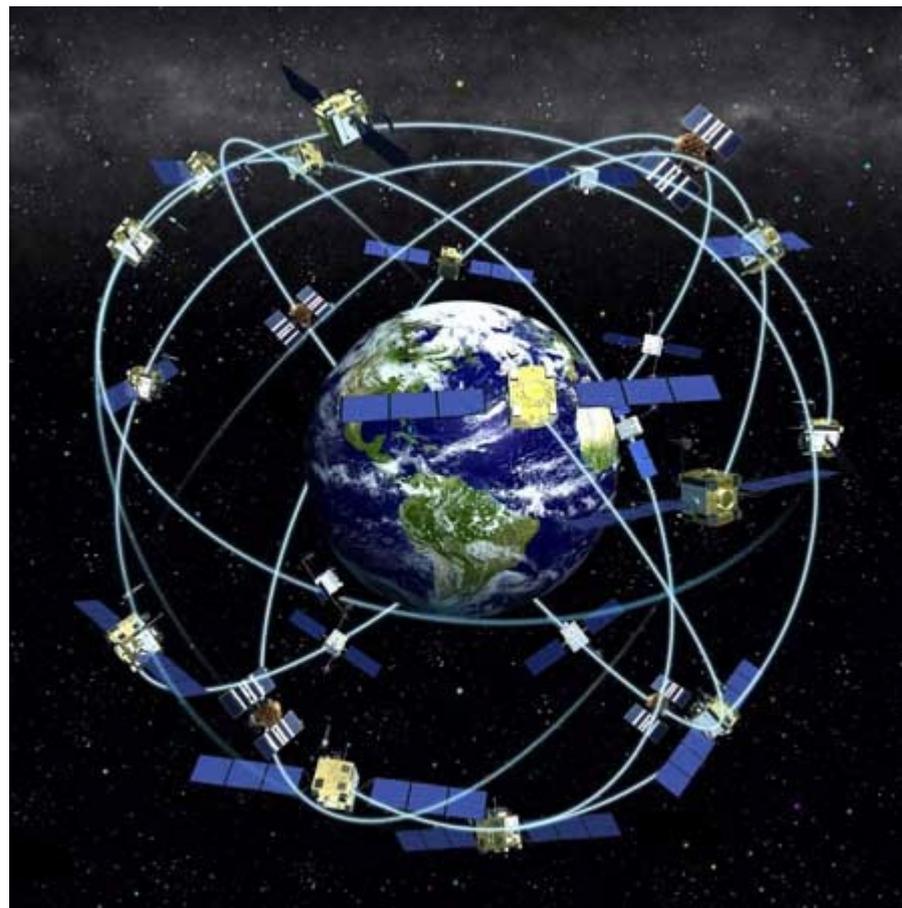
Il sistema GPS - storia

- Ideato 1973 da dipartimento difesa U.S
 - Posizionamento tridimensionale accurato
 - Funzionamento passivo
 - Indipendente da condizioni atmosferiche
 - Copertura globale continua
 - Numero illimitato di utenti
- Operativo da Aprile 1995
- Utilizzato in ambito civile 1996
- Dal 2002 satelliti Block II / IIA / IIR
- Dal 2009 satelliti Block III



Il sistema GPS – struttura (space)

- 24 satelliti
- 20.200 km altezza
- 4 km/s (14.000 km/h)
- Orbite circolari
- ~12h periodo orbitale
- 6 piani, 4 satelliti/piano
- 55° inclinazione equatore
- 60° distanza piani
- 5/10 m risoluzione



Il sistema GPS – struttura (ground)



- Stazione controllo Principale (MCS)
- Antenne
- Stazioni di monitoraggio
- Effemeridi aggiornate ogni 2h
- Validità effemeridi 4h
- Almanacco aggiornato ogni 24h

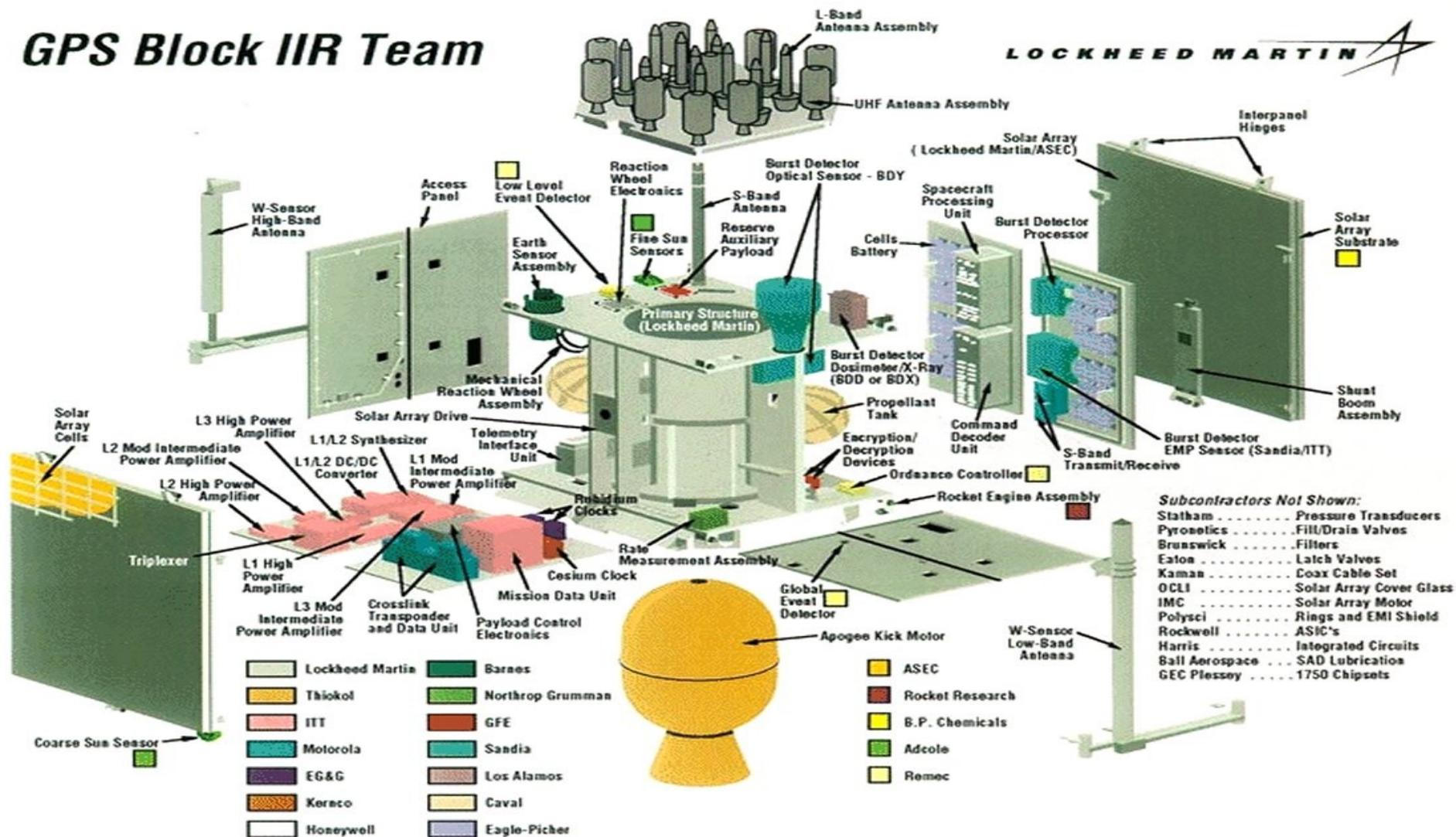
Il sistema GPS – satelliti 1

- 854 kg, 7 anni vita
- Oscillatori atomici (cesio, rubidio)
- Orologi a 10.23MHz
- precisione ~ 1ns
- Frequenza 1.2GHz e 1.5 GHz
- Rate 50 bit/s ogni 30s esatti
- 1,500 bit informazione
- Tutti stessa frequenza - CDMA (code division multiple access)

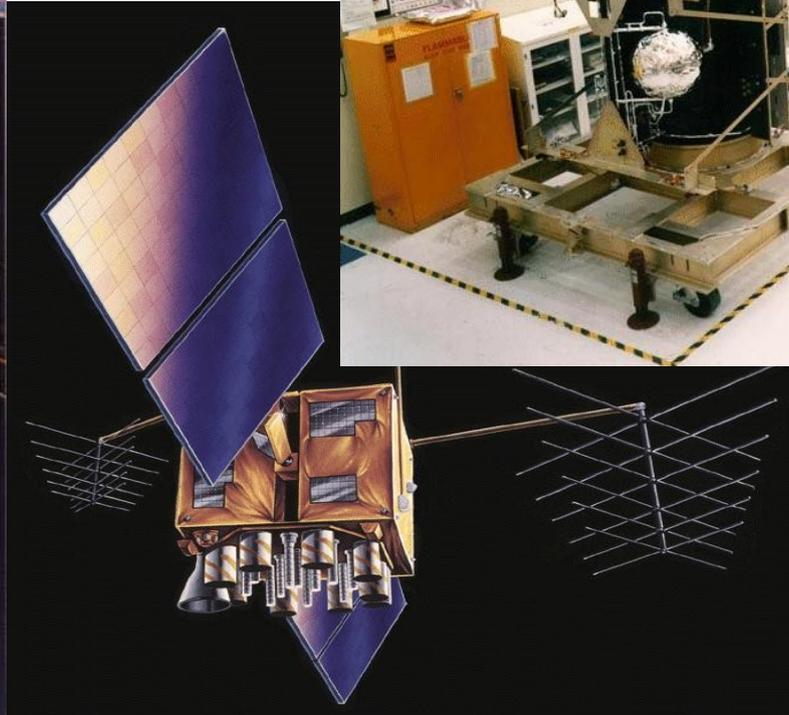
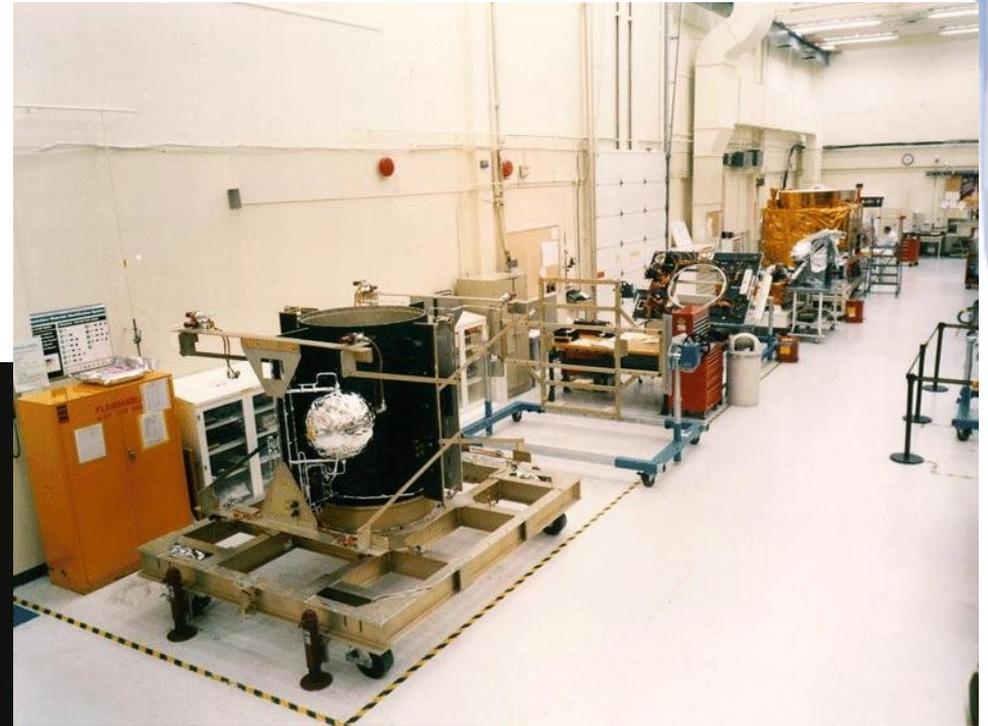
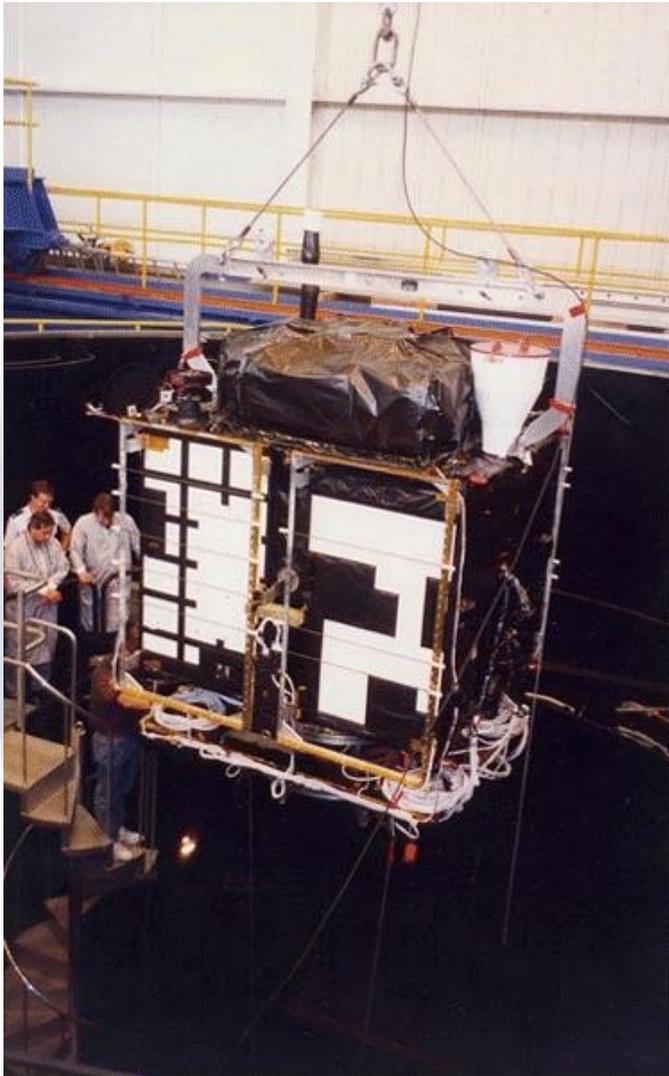


Il sistema GPS – satelliti 2

GPS Block IIR Team



Il sistema GPS – satelliti 3



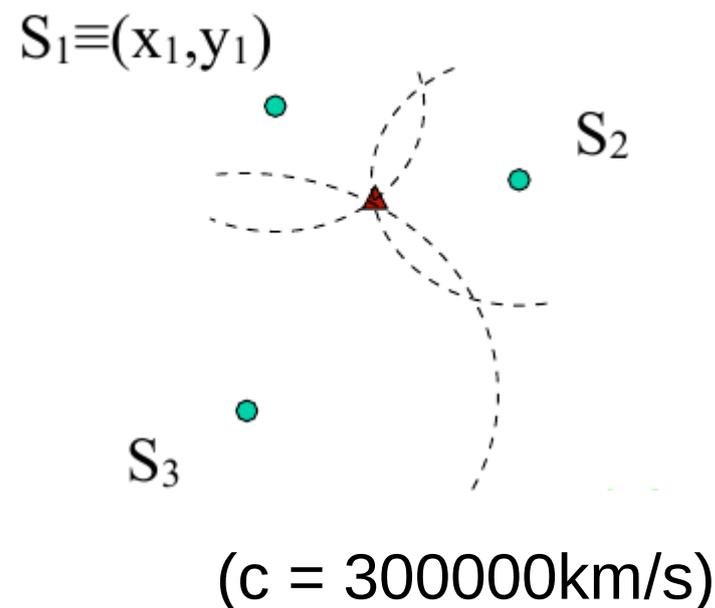
Il sistema GPS – Funzionamento 1

- Velocita' luce c costante \implies distanza $D = c * t$
- Ricevitore a terra riconosce il segnale dei satelliti e calcola distanze
- Esempio nel piano:

$$c (t - t_1) = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}$$

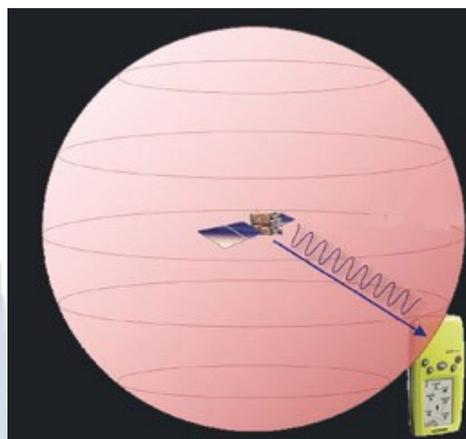
$$c (t - t_2) = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2}$$

$$c (t - t_3) = \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2}$$

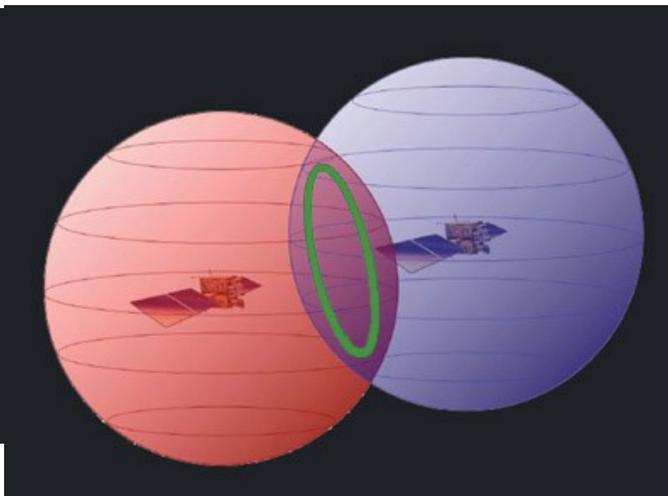


- 1ns errore \implies ~0.3m errore
- Posizionamento “accurato” : max 10ns di errore

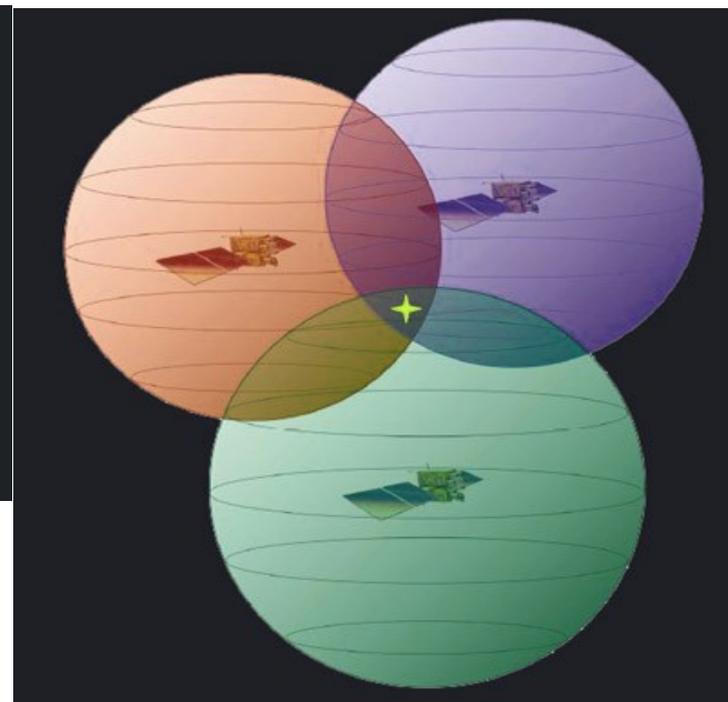
Il sistema GPS – Funzionamento 2



1 satellite
distanza



2 satelliti
Cerchio



3 satelliti
2 punti

Posizionamento 2D: punto piu' vicino a Terra
Posizionamento 3D: serve altro satellite

Relativita' - ristretta

- Velocità luce costante $c \sim 300.000 \text{ km/s}$
- **Orologio in movimento e' piu' lento** di un orologio fermo
- Fattore correzione a $v = 4\text{km/s}$:

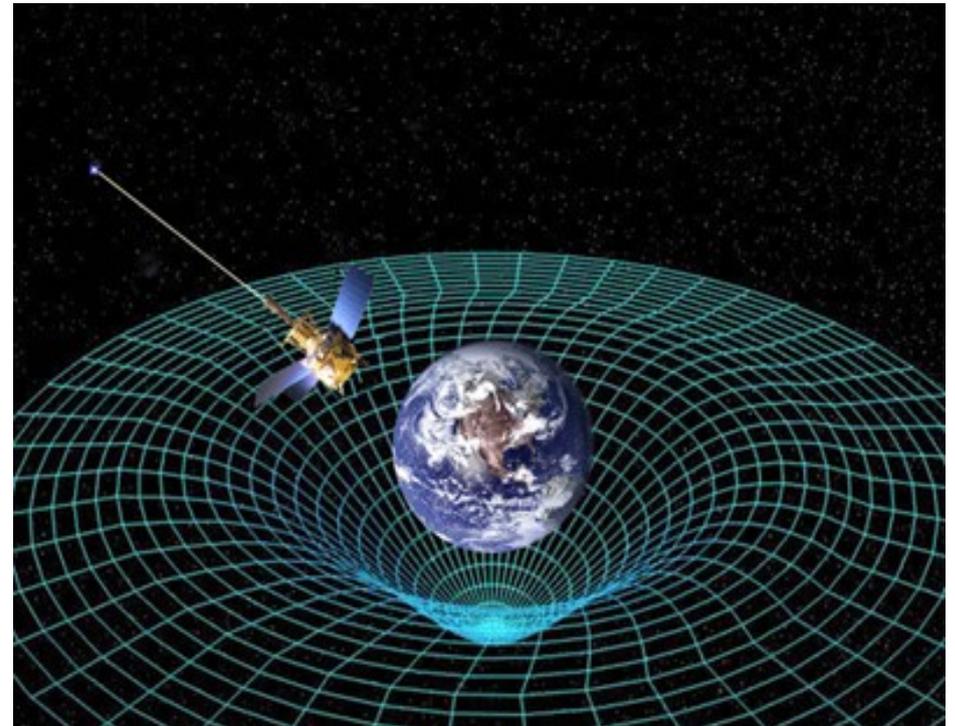
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 1,00000000000834 \quad \Rightarrow \quad 7.1 \mu\text{s} / \text{g}$$

- Errore di **7 $\mu\text{s/giorno}$** (7000ns) $\sim 2\text{km} / \text{giorno}$
- A $100 \text{ km/h} \rightarrow \gamma \sim 1,0000000000000000428$



Relativita' - generale

- Campo gravitazionale “deforma” lo spazio
- Orologi a Terra risentono di campo piu' forte
- Intervalli spaziali e temporali deformati
- **Vicino a massa orologio rallenta.** Effetto di **segno opposto RR:** orologi su satellite sono **piu' veloci**
- **Tra Terra e satellite** a 20.200 km differenza di **45 μ s / giorno**



Correzioni

- Senza correzioni il GPS sbaglierebbe TEMPI
- Orologi a bordo sono $7 \mu\text{s}$ piu' lenti (RR)
- Orologi a 20200 km sono $45 \mu\text{s}$ piu' veloci (RG)
- Ogni giorno $45 - 7 = 38 \mu\text{s/giorno di errore}$ (38000 ns)
- $38 \mu\text{s/giorno} \sim 11 \text{ km/giorno}$ ($d = c*t = 300000\text{km/s} * 38\mu\text{s}$)
- Orologio a bordo tarato a $10.22999999954326\text{MHz}$: una volta in volo la frequenza e' $10.230000000000000\text{MHz}$

Conclusioni

- GPS e' strumento essenziale per i trasporti, soprattutto in mare o in volo dove il posizionamento e' molto difficile
- Il funzionamento del GPS e' strettamente legato alla teoria della relatività ($c = \text{costante}$)
- Senza correzioni il GPS sbaglierebbe di $\sim 11\text{km}$ /giorno accumulando gli errori
- ...Oltre alla relatività esistono anche altre correzioni...
(periodiche)

