L.N.L. - I.N.F.N. (REP) 84 / 94

COLLISIONI NUCLEO-NUCLEO A ENERGIE INTERMEDIE: FLUSSO COLLETTIVO DI FRAMMENTI CARICHI IN REAZIONI SIMMETRICHE E SEMICENTRALI

R. Donà

A cura del servizio
Documentazione dei
L.N.L.

Collisioni nucleo-nucleo a energie intermedie: flusso collettivo di frammenti carichi in reazioni simmetriche e semicentrali

Roberto Donà

(Dottorato di Ricerca in Fisica, Università di Padova)

Tutore: Prof. R.A. Ricci (Università di Padova)
Correlatore: Dott. F. Rami (CRN Strasbourg)
Controrelatore: Prof. A. Gobbi (GSI Darmstadt)

©Copyright 1994 by R. Donà.
All Rights Reserved.

Riassunto

Viene presentato uno studio dettagliato sul flusso collettivo di particelle cariche nelle collisioni semicentrali di ^{197}Au+^{197}Au alle energie di bombardamento di 150, 250, 400, 600 e 800 A MeV. Le misure sono state effettuate utilizzando lo spettrometro FOPI (Fase I) installato presso l'acceleratore SIS/ESR al 'Gesellschaft für Schwerionenforschung' (GSI) a Darmstadt in Germania. Viene dato particolare rilievo al flusso collettivo dei frammenti di massa intermedia, evidenziando, per la prima volta, una tendenza alla saturazione del parametro di flusso in funzione delle dimensioni dei frammenti stessi. Oltre agli effetti collettivi *nel* piano di reazione, viene studiata anche l'emissione collettiva *fuori* del piano di reazione, presentando un nuovo comportamento del fenomeno: l'evoluzione con il numero atomico dei frammenti rivelati. Infine si è caratterizzato il flusso collettivo mediante una nuova tecnica basata sull'indagine delle sezioni d'urto differenziali triple, ottenendo conferme stringenti ed una migliore comprensione del fenomeno.

Indice

Prefazione **1**

1 Introduzione **5**

1.1 Equazione di stato 5

1.1.1 Il modulo di incompressibilità 8

1.1.2 Teorie della materia nucleare (cenni) 10

1.2 Collisioni nucleari: i modelli teorici 11

1.3 Il flusso collettivo: un po' di storia 20

2 Apparato sperimentale **26**

2.1 Il muro di plastica 28

2.1.1 Il muro esterno 28

2.1.2 Il muro interno 30

2.2 Il rivelatore di aggregati 31

2.2.1 La Parabola 32

2.2.2 Il Rosone 33

2.3 La zona del bersaglio 34

2.4 La camera a fili 36

2.5 I telescopi 36

2.6 Il sistema laser 36

2.7 Elettronica di misura 38

2.7.1 I 'trigger' 38

2.8 L'acquisizione dei dati 39

2.9 Elaborazione dei dati 39

2.10 Calibrazioni 40

2.10.1 Il tempo di volo 40
2.10.2 La calibrazione della Parabola 41
2.11 Accettanza del rivelatore 43

3 I criteri di centralità **47**
3.1 Simulazioni 51

4 Produzione di frammenti **54**

5 L'angolo di flusso **59**
5.1 Il tensore di flusso 59
5.2 Discussione dei risultati 60

6 Lo spruzzo laterale **64**
6.1 L'analisi in impulso trasverso 64
6.1.1 Accuratezza nella determinazione del piano di reazione 69
6.1.2 L'ipotesi $A = 2Z$ 71
6.2 Presentazione dei risultati sperimentali 72
6.2.1 Conservazione della quantità di moto 79
6.3 Confronto con la teoria 81
6.4 Il parametro di flusso 87

7 Lo schizzo esterno **101**
7.1 Il metodo di analisi 102
7.1.1 Limiti e vantaggi 103
7.2 Presentazione e discussione dei risultati 104

8 Sezioni d'urto differenziali triple **125**
8.1 Descrizione del metodo 126
8.2 Risultati sperimentali 128
8.3 Confronto con la teoria 140
8.4 Varianti alla tecnica di analisi 142

Conclusioni **148**

Bibliografia **152**

Prefazione

Le collisioni nucleo-nucleo alle energie relativistiche permettono di riprodurre, in laboratorio, localmente zone di materia nucleare in condizioni estreme di temperatura e densità, con lo scopo di ricavarne l'equazione di stato, la cui conoscenza è rilevante non solo per la fisica nucleare, ma anche per l'astrofisica. Lo studio della materia nucleare ad alte densità e temperature è infatti essenziale per capire meccanismi quali l'esplosione delle 'supernovae' e la formazione delle stelle a neutroni. Si suppone inoltre che nei primi istanti dell'universo primordiale fosse costituita materia adronica calda e densa.

L'interesse degli studi condotti in questa tesi di dottorato si restringe al dominio delle energie relativistiche *intermedie* in cui sono importanti i costituenti nucleonici dei nuclei, ma non i gradi di libertà subnucleari, e cioè tipicamente per energie di bombardamento del proiettile nel sistema del laboratorio tra 100 MeV e qualche GeV per nucleone.

Mentre a basse energie di bombardamento (inferiori a 10 A MeV) le collisioni tra ioni pesanti avvengono in regime mononucleare (processi di fusione-evaporazione) o dinucleare (fusione-fissione, collisioni profondamente inelastiche, reazioni di sfioramento, diffusioni inelastiche ed elastiche), alle energie intermedie vi è una disintegrazione del sistema in molti frammenti (processi di multiframmentazione).

La dinamica della collisione a bassa energia di bombardamento è essenzialmente regolata dal campo medio autoconsistente, poiché la lunghezza d'onda di De Broglie associata ai nucleoni nel moto relativo è confrontabile con il raggio nucleare, per cui i nuclei che collidono si vedono nel loro insieme non riuscendo a risolvere i loro costituenti. La velocità relativa dei nuclei che collidono a bassa energia è inferiore alla velocità intrinseca dei nucleoni, per

cui i nuclei non vengono completamente distrutti in seguito all'urto, ma l'eventuale trasferimento di massa ed energia è regolato dalla velocità di Fermi dei nucleoni. Inoltre le collisioni nucleone-nucleone sono bloccate dal principio di Pauli, per cui il libero cammino medio dei nucleoni entro i nuclei è molto grande. Alle energie intermedie, invece, la lunghezza d'onda di De Broglie diventa comparabile con la distanza internucleonica, per cui durante la reazione sono effettivi i gradi di libertà nucleonici. Anche il principio di Pauli gioca un ruolo meno rilevante aumentando l'energia di bombardamento [Nag 85]. Tuttavia in questo dominio energetico la velocità relativa dei nuclei collidenti non è molto maggiore della velocità di Fermi dei nucleoni, per cui gli effetti dissipativi dovuti all'interazione con il campo medio sono ancora importanti.

Oggetto di dissertazione del lavoro presentato è lo studio dei fenomeni di flusso, che è un effetto collettivo della materia nucleare che ricorda lo scorrimento di un liquido in idrodinamica, da cui la denominazione 'flusso' che etimologicamente si può ricondurre al latino 'fluere', che significa 'fluire': quando due nuclei nell'urto si schiacciano violentemente, vi sono dei getti laterali di materia nucleare dovuti ad una certa incompenetrabilità dei liquidi. Il flusso collettivo è un'osservabile privilegiata, poiché è strettamente collegato alla pressione esercitata dal proiettile sul bersaglio, e viceversa, durante la collisione, per cui contiene informazioni sulla costante K di incompressibilità della materia nucleare.

In questa tesi viene studiata la reazione ^{197}Au+^{197}Au alle energie di bombardamento di 150, 250, 400, 600 e 800 MeV per nucleone. L'esperimento (SO18) è stato condotto utilizzando il rivelatore 4π denominato FOPI nella configurazione detta Fase I [Gob 93] installato presso il complesso SIS/ESR al 'Gesellschaft für Schwerionenforschung' (GSI) a Darmstadt in Germania. Sono prese in considerazione le collisioni semicentrali, caratterizzate da parametro d'impatto sufficientemente piccolo, in modo che una frazione considerevole del proiettile possa sovrapporsi con il bersaglio formando materia nucleare ad alta densità barionica, ma non nullo affinché esista il piano di reazione (definito dall'impulso del proiettile e dal parametro di impatto). Il

contributo scientifico originale di questo lavoro consiste soprattutto nell'indagine sperimentale dei fenomeni collettivi degli aggregati nucleari ('cluster'). Il rivelatore FOPI consente infatti l'identificazione oltre che dei frammenti leggeri ($Z = 1, 2$), anche dei frammenti di massa intermedia fino a $Z \simeq 15$. La possibilità di accumulare una grande statistica consente l'indagine dettagliata del flusso collettivo dei prodotti di reazione con numero atomico $1 \leq Z \leq 6$.

Il Capitolo 1, di tipo introduttivo, è volto ad una breve descrizione del concetto di equazione di stato della materia nucleare ed alla definizione di flusso collettivo. Sono inoltre passati in rassegna i più importanti modelli teorici che descrivono la dinamica delle collisioni nucleo-nucleo alle energie intermedie. Nel Capitolo 2 è descritto l'apparato sperimentale. Il Capitolo 3 introduce i criteri di selezione degli eventi utilizzati nell'elaborazione dei dati. Il Capitolo 4 è dedicato ad una breve descrizione della produzione di frammenti in funzione della centralità della reazione, con particolare riferimento ai frammenti di massa intermedia. Nel Capitolo 5 viene indagato il flusso collettivo con il metodo del tensore di sfericità. Il Capitolo 6, di centrale importanza, è dedicato allo studio del flusso collettivo nel piano di reazione con il metodo di Danielewicz e Odyniec. Il Capitolo 7 è volto allo studio del flusso collettivo in direzione perpendicolare al piano di reazione. Nel Capitolo 8, infine, viene condotto uno studio sul flusso collettivo mediante l'indagine delle sezioni d'urto differenziali triple.

Ringraziamenti

Desidero esprimere la mia riconoscenza al tutore Prof. R.A. Ricci per avermi fornito l'opportunità di svolgere una tesi di dottorato su un argomento di così grande attualità e per la grande disponibilità dimostratami in tutti questi anni.

Ringrazio il Dott. F. Rami, con cui ho lavorato durante il mio soggiorno presso il 'Centre de Recherches Nucléaires' di Strasburgo, per avermi consentito un rapporto di stretta collaborazione in perfetta sintonia.

Un ringraziamento particolare va al Prof. A. Gobbi per avere accettato di essere il mio controrelatore e per avermi concretamente aiutato con discussioni scientifiche interessanti nella stesura finale del presente lavoro.

Desidero quindi ringraziare i ricercatori del gruppo di Strasburgo, in particolare il Prof. J.P. Coffin per l'ottima accoglienza riservatami ed il Dott. P. Wagner per avermi dato preziose informazioni sulle tecniche di elaborazione dei dati, e tutti i membri della Collaborazione FOPI, ma soprattutto il Dott N. Herrmann, il Dott. U. Sodan ed il Dott. T. Wienold per le critiche costruttive sul mio lavoro.

Ringrazio il Prof. W. Greiner ed il Prof. H. Stöcker, teorici all'Università di Francoforte, per i suggerimenti sulla presentazione dei risultati, ed il Dott. G. Peilert per avermi gentilmente concesso l'uso degli eventi di QMD generati dal suo codice.

Infine un ringraziamento al Prof. H.H. Gutbrod per i consigli su come condurre l'analisi sperimentale progredendo nei risultati raggiunti dalla Collaborazione Palla di Plastica al Bevalac.

Capitolo 1

Introduzione

'Il flusso collettivo è un'osservabile privilegiata per la determinazione della costante di incompressibilità della materia nucleare.' Nel corso di questo capitolo verranno introdotti i concetti chiave:

- equazione di stato,
- materia nucleare,
- costante di incompressibilità,
- flusso collettivo.

1.1 Equazione di stato

L'equazione di stato (EoS) di un sistema è una relazione che lega i parametri che definiscono il suo stato di equilibrio termodinamico [Sur 91]. Per esempio nel caso dei gas reali l'interazione intermolecolare è ben riprodotta dalla relazione di Lennard-Jones per l'energia potenziale, in cui vi è un termine di tipo attrattivo a lungo raggio ed un contributo repulsivo a corta portata. A partire da questo tipo di interazione, le proprietà del sistema sono ben descritte dall'equazione di Van der Waals, che lega pressione P, densità ρ e temperatura T. Nel caso dei gas reali è quindi possibile, nota l'interazione microscopica, semplificare il problema considerando una relazione macroscopica che lega poche variabili termodinamiche. È implicita tuttavia l'idea che,

per avere un'EoS, debbano esistere le variabili di stato, ossia che il sistema possa raggiungere uno stato di equilibrio (almeno locale).

Nel caso nucleare, i nuclei sono costituiti da un numero relativamente piccolo di nucleoni. Dall'evidenza sperimentale delle proprietà di saturazione, per cui se si aumenta il numero di nucleoni entro il nucleo non aumenta la densità ma aumentano le dimensioni del sistema, si astrae l'idea di un sistema ideale infinito di nucleoni composto di protoni e neutroni in egual proporzione. Questo sistema ideale, per il quale sono considerate solo le forze nucleari (i termini coulombiani divergono in un sistema infinito), si chiama *materia nucleare*. In quest'ottica i nuclei, dal punto di vista della forza forte, non sono altro che dei volumi finiti di materia nucleare infinita in cui siano opportunamente tenuti in considerazione gli effetti di superficie. Per la materia nucleare infinita è possibile definire nel modo usuale le variabili di stato termodinamiche. Il punto di partenza è l'osservazione che, analogamente all'interazione intermolecolare di Lennard-Jones, anche l'interazione nucleone-nucleone è attrattiva a lungo raggio ($r \geq 0.8$ fm) e repulsiva a piccole distanze ($r \leq 0.5$ fm) [Bro 76]. Questo suggerisce che l'EoS della materia nucleare abbia una forma simile a quella di un gas di Van der Waals, anche se però bisogna considerare che i nucleoni sono fermioni e quindi obbediscono al principio di Pauli, ed inoltre fa presupporre che anche per la materia nucleare esistano delle diverse fasi tra le quali siano possibili delle transizioni. Nella figura 1.1 vi è un diagramma delle possibili fasi della materia nucleare, frutto di calcoli teorici alquanto speculativi. Lo studio dei nuclei nel loro stato fondamentale (o poco eccitati) permette di conoscere con precisione solo il punto detto di saturazione, peculiare della materia nucleare normale considerata come un liquido freddo di densità $\rho_0 \approx 0.17$ nucleoni/fm^3 a temperatura e pressione nulle. Al diminuire della densità per temperature $T < 10$ MeV (espansione fredda), la distanza internucleonica aumenta finché si giunge alla formazione di un vapore di nucleoni ed aggregati ('cluster'). Una delle tematiche più rilevanti della fisica con ioni pesanti alle energie intermedie è la ricerca di questa eventuale transizione di fase liquido-vapore attraverso lo studio dei processi di multiframmentazione. Aumentando, nel diagramma di fase, la temperatura si producono mesoni ed altri barioni in interazione

(fase di gas adronico). Se, per ipotesi, la materia nucleare viene compressa a basse temperature (compressione fredda) si ottiene la fase solida, in cui i pioni legano i nucleoni in una sorta di reticolo simile alla struttura dei solidi cristallini, per cui protoni e neutroni sono alternati con spin in versi opposti (condensato di pioni), oppure i nucleoni si vengono a trovare in stati anormali superdensi ma stabili (isomeri di densità). A densità tra 5 e 20 volte la densità di saturazione ρ_0 e/o a temperature dell'ordine di 200 MeV si pensa che i nucleoni possano perdere la loro identità formando un plasma di quark e gluoni (transizione di deconfinamento). Nel seguito non si considereranno queste fasi esotiche, ma l'attenzione verrà focalizzata sulla fisica dominata dalle interazioni nucleone-nucleone.

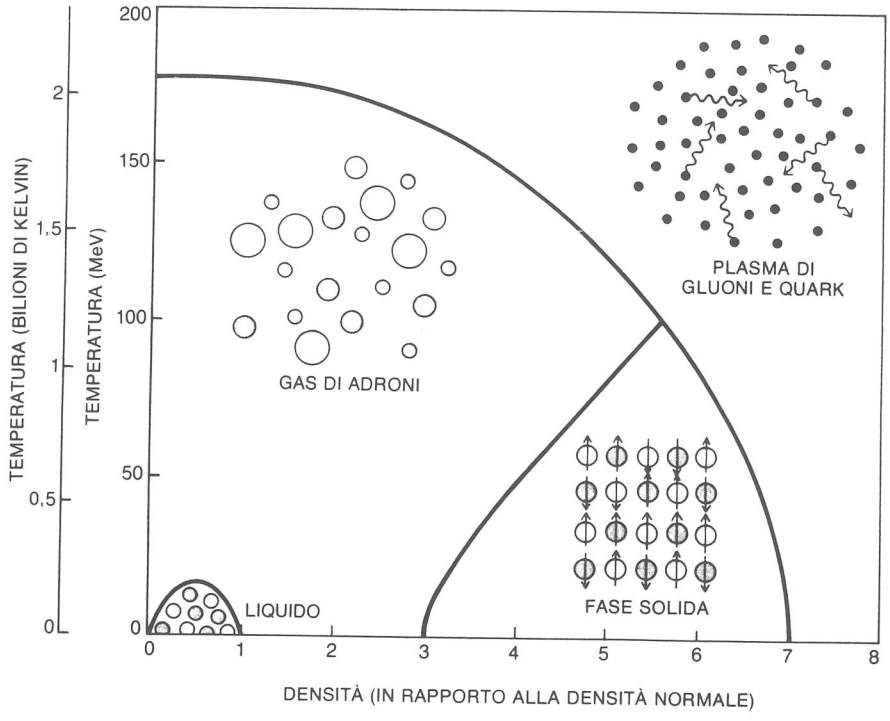


Figura 1.1: Diagramma di fase della materia nucleare.

Nello studio dell'equazione di stato si assume di conoscere l'energia interna per nucleone ϵ del sistema in funzione della densità ρ e della temperatura T [Mar 91]:

$$\epsilon = \epsilon(\rho, T) \ . \tag{1.1}$$

Nella maggior parte dei casi si fa l'ipotesi semplificativa, ma formalmente non ben giustificata, che l'EoS sia separabile in un contributo di stato fondamentale (a temperatura nulla) che descrive l'energia di compressione della materia nucleare fredda ed in un contributo termico:

$$\epsilon(\rho, T) = W_0(\rho) + W_T(\rho, T) \ , \tag{1.2}$$

ove W_T può ad esempio essere l'energia termica di un gas barionico di Fermi e W_0 è nota come l'equazione di stato della materia nucleare fredda (più propriamente l'equazione di stato è la relazione $P = P(\rho, T)$, ma la pressione è immediatamente ricavabile dall'energia interna mediante le relazioni termodinamiche). W_0 deve soddisfare alcune proprietà:

- $W_0(\rho = 0)$ (energia interna nulla nel vuoto),
- $W_0(\rho \to 0) \propto \rho^{2/3}$ (per basse densità l'energia interna deve essere l'energia cinetica di un gas di Fermi),
- W_0 deve avere un minimo allo stato fondamentale, in corrispondenza del quale deve fornire l'energia di legame della materia nucleare: $W_0'(\rho_0) = 0$, $W_0(\rho_0) \approx -16$ MeV.

1.1.1 Il modulo di incompressibilità

Nei pressi del punto di saturazione si può parametrizzare la curva $W_0(\rho)$ con una parabola (figura 1.3):

$$W_0(\rho) \approx W_0(\rho_0) + \frac{K}{18} \frac{(\rho - \rho_0)^2}{\rho_0^2} \ . \tag{1.3}$$

La quantità $K = 9\rho_0^2 W''(\rho_0)$, legata alla curvatura della funzione $W_0(\rho)$ nei pressi di ρ_0, si chiama modulo (o costante) di incompressibilità della materia nucleare. Il valore di K, non ancora ben determinato sperimentalmente,

definisce la durezza o rigidità dell'EoS, che si dice dura o rigida (H) se K è grande (tipicamente $K \approx 400$ MeV), per cui l'energia di compressione aumenta molto rapidamente con la densità; valori per K intorno ai 200 MeV corrispondono al caso di una materia nucleare più facilmente comprimibile: in tal caso l'EoS si dice soffice o morbida (S).

La determinazione di K costituisce un problema cruciale. La costante di incompressibilità della materia nucleare ha infatti rilevanza nel contesto astrofisico per spiegare il meccanismo di esplosione delle 'supernovae'. Infatti le stelle con una massa di almeno 10 $M\odot$ alla fine della loro evoluzione sviluppano un nocciolo in Fe, che si ingrossa fino ad una massa critica, oltre la quale diviene instabile. Inizia dunque un collasso gravitazionale (implosione) che dura qualche millisecondo. La densità del nocciolo aumenta rapidamente fino a qualche volta la densità di saturazione ρ_0. A questo punto il nocciolo rimbalza su se stesso provocando un'onda d'urto, che propagandosi verso l'esterno fa esplodere la stella. Il nocciolo poi si raffredda formando una stella a neutroni o un buco nero. Calcoli teorici hanno ipotizzato che il meccanismo di esplosione può avvenire soltanto se l'EoS nucleare è sufficientemente soffice. Si trova $K \simeq 180$ MeV [Bar 85], a cui corrisponde tuttavia un valore massimo per la massa di una stella a neutroni di circa 1.2 $M\odot$, che è notevolmente inferiore alle masse misurate di alcune stelle a neutroni (ad esempio la massa di PSR1913+16 è $M = 1.451 \pm 0.007 M\odot$), le quali sono spiegabili solo con un'equazione di stato più rigida con almeno $K \simeq 200$ MeV [Gle 88]. Tuttavia se il nocciolo in Fe fosse più piccolo di quanto stimato si potrebbe avere un'EoS ancora più dura [Nom 88, Woo 84, Hil 82]. Inoltre nella maggior parte dei calcoli è stato ignorato il momento angolare della stella, la cui considerazione potrebbe portare a conclusioni diverse [Hil 89]. L'osservazione diretta delle 'supernovae', infine, è problematica in quanto si tratta di fenomeni molto rari.

In fisica nucleare il valore di K può essere ad esempio ottenuto studiando le risonanze giganti di monopolo dei nuclei, che corrispondono ad un moto collettivo dei protoni rispetto ai neutroni entro il nucleo, per cui si ha un effetto di compressione-dilatazione. L'energia misurabile associata alla risonanza fornisce una stima del modulo di incompressibilità nei pressi del punto

di saturazione. I risultati ottenuti con esperimenti molto recenti [Sha 88], per cui $K \approx 300$ MeV, si discostano dai valori ottenuti precedentemente in cui l'EoS sembrava molto più soffice [Tre 81]. Tuttavia bisogna puntualizzare che questa oscillazione dei nucleoni attorno alla loro densità di equilibrio è estremamente piccola: la variazione di densità rispetto alla densità di saturazione è inferiore all'1%.

Tutte queste considerazioni fanno ritenere che le collisioni tra nuclei pesanti, sia per la loro riproducibilità in laboratorio che per la possibilità di esplorare ampi intervalli di variazione di densità, siano il mezzo più efficace per dare risposte esaustive sull'equazione di stato della materia nucleare.

1.1.2 Teorie della materia nucleare (cenni)

L'idea di partenza è che l'equazione di stato di un sistema riflette le interazioni microscopiche tra i suoi costituenti. L'obbiettivo è dunque di stabilire un legame tra l'interazione nucleone-nucleone e le proprietà della materia nucleare, cercando ad esempio di riprodurre i valori sperimentali del punto di saturazione a partire dall'interazione nucleone-nucleone dedotta dagli esperimenti di diffusione tra nucleoni. Questo è tuttavia molto complesso essenzialmente per due ragioni:

- l'esistenza di forze a tre corpi [Gib 88],
- l'interazione nucleone-nucleone è conosciuta bene soltanto nel caso di sistemi semplici (n-p, n-n, p-n).

In effetti, a causa del principio di esclusione di Pauli, per due nucleoni che diffondono entro il nucleo non sono accessibili tutti gli stati di diffusione. Entro il nucleo, cioè, l'interazione libera deve essere modificata per prendere in considerazione la presenza degli altri nucleoni. L'approccio generalmente utilizzato è la teoria di Brückner che consente di ricavare l'interazione efficace a partire dall'interazione nuda. Allo stato attuale, calcoli non relativistici di questo tipo non riescono a riprodurre il punto di saturazione della materia nucleare normale. Includendo tuttavia forze a tre corpi [Fri 81] o sviluppando la teoria di Brückner in un formalismo relativistico [Ana 83, Haa 87],

si ottengono dei risultati più promettenti. Un altro possibile approccio è la costruzione di forze fenomenologiche efficaci (forze di Skyrme), che, pur non essendo dedotte direttamente da un potenziale nucleone-nucleone, riescono a riprodurre abbastanza bene il punto di saturazione e a descrivere le proprietà dei nuclei finiti.

Questi calcoli sono stati utilizzati anche per valutare l'effetto delle temperature finite sull'EoS [Fri 81, Haa 87]. Nonostante la diversità dei formalismi sviluppati, il risultato concorde è che l'effetto della temperatura modifica le distribuzioni di velocità dei nucleoni, ma lascia praticamente invariata la parte di potenziale dell'interazione nucleone-nucleone, per un effetto complessivo intorno al 10-20%.

1.2 Collisioni nucleari: i modelli teorici

Le reazioni tra ioni pesanti, come accennato, costituiscono uno strumento unico per lo studio delle proprietà della materia nucleare. Per quanto pesanti siano però i nuclei collidenti, e nonostante le proprietà della materia nucleare siano abbastanza ben riprodotte solo all'interno dei nuclei molto pesanti, vi è a disposizione soltanto un numero finito di nucleoni. Inoltre è necessario considerare la collisione nella sua evoluzione dinamica, il che rende molto complesso dedurre delle proprietà di un sistema statico quale la materia nucleare infinita. Allo stato attuale della conoscenza, infatti, una collisione tra due ioni pesanti alle energie intermedie consiste di diversi stadi che si sviluppano in un arco temporale dell'ordine di 10^{-22} s: i nuclei, inizialmente nel loro stato fondamentale, si compenetrano creando nella regione di sovrapposizione una zona compressa ed altamente eccitata che, nella successiva espansione con conseguente raffreddamento, diviene instabile per cui il sistema ad un certo punto della sua evoluzione si rompe formando dei preframmenti eccitati, i quali decadono a loro volta mentre si allontanano dal luogo ove è avvenuta la collisione. Vediamo ora il legame tra l'evoluzione di una collisione tra ioni pesanti e l'equazione di stato della materia nucleare. Nella figura 1.2 vi sono l'energia interna per nucleone E/A e la pressione P in funzione della densità ρ lungo linee ad entropia costante [Ber 83, Ber 88]. In

seguito alla collisione l'entropia del sistema cresce e si forma materia nucleare compressa ed eccitata in uno stato, ad esempio, A caratterizzato da $\rho > \rho_0$. Il sistema inizia quindi ad espandersi in maniera approssimativamente isentropica (se non vi sono grandi forze di frizione in gioco) [Cug 84]. Durante questa espansione il sistema può superare il punto di equilibrio corrispondente allo stato fondamentale (B) e giungere nella zona con $\rho < \rho_0$ e $\partial P/\partial\rho < 0$. Questa regione, chiamata *spinodale*, è meccanicamente instabile, per cui una piccola perturbazione del sistema non viene smorzata ma amplificata in modo tale da disintegrarlo in nucleoni e aggregati nucleari (multiframmentazione).

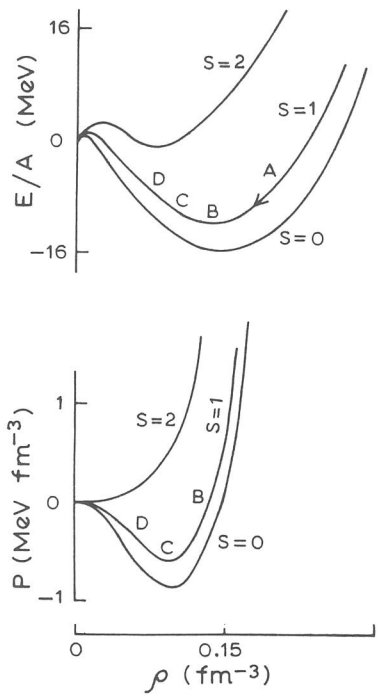


Figura 1.2: Curve $E/A(\rho)$ e $P(\rho)$ calcolate con interazioni di Skyrme.

Un approccio dinamico di tipo *macroscopico* (non sono cioè considerati esplicitamente i costituenti nucleari) è il **modello idrodinamico** [Mar 91]. I nuclei sono considerati come delle gocce fluide viscose localmente in equilibrio. L'ipotesi di equilibrio locale permette di descrivere lo stato interno del sistema nucleare mediante pochi campi macroscopici costruiti localmente

come una media delle distribuzioni microscopiche dei costituenti nucleari in un volume sufficientemente grande da consentire la definizione di variabili termodinamiche. Affinché sia ragionevole l'idea che localmente si possa instaurare l'equilibrio, entro il liquido vi deve essere un numero grande di collisioni nucleone-nucleone in modo tale che il sistema venga localmente termalizzato, cioè il libero cammino medio λ entro il fluido deve essere piccolo. Una stima è

$$\lambda = \frac{1}{\rho_0 \sigma_{NN}} \approx 1.5\text{-}3 \text{ fm} \tag{1.4}$$

per $\rho_0 \approx 0.17$ fm^{-3} e $\sigma_{NN} \approx 20$-40 mb. Considerando che il raggio di un nucleo pesante è $R \approx 7.5$ fm, è chiaro che λ non è molto più piccolo delle dimensioni del sistema, come avviene per i fluidi macroscopici; inoltre il principio di Pauli vieta parte delle collisioni nucleone-nucleone contribuendo ad allungare il libero cammino medio. Le equazioni dell'idrodinamica sono equazioni di bilancio per le quantità conservate nella collisione (massa, quantità di moto ed energia) e prendono esplicitamente in considerazione sia le proprietà della materia nucleare all'equilibrio, mediante l'equazione di stato, che gli effetti dissipativi di non-equilibrio propri di una collisione di ioni pesanti, mediante i coefficienti di trasporto (viscosità e conduttività termica).

Per quanto concerne i modelli dinamici *microscopici* vi è la teoria di **Hartree-Fock Dipendente dal Tempo** (TDHF) [Neg 82]. Essa funziona bene a basse energie (sopra la barriera coulombiana), ma per energie di bombardamento superiori ai 100 MeV per nucleone i nuclei che collidono sono troppo trasparenti, in contrasto con i dati sperimentali, poiché non sono tenute in opportuna considerazione le collisioni nucleone-nucleone.

I modelli a **cascata intranucleare** [Hot 91] trattano il problema dinamico come una successione di collisioni binarie tra i nucleoni alla distanza di minimo avvicinamento, i quali, prima e dopo gli urti, si muovono lungo traiettorie libere. Sono dunque trascurati, in tal caso, gli effetti di campo medio. Anche questo approccio fornisce troppa trasparenza nucleare, per cui, nella collisione, i nuclei praticamente si attraversano non riuscendo a bloccarsi.

Una teoria piuttosto soddisfacente, poiché, oltre alle collisioni nucleone-nucleone esplicitamente trattate nei modelli a cascata, vengono inclusi gli

effetti di campo medio, si basa sull'equazione cinetica di **Vlasov-Uehling-Uhlenbeck** (VUU), simile all'equazione di Boltzmann [Bol 72], ma che prende in considerazione sia il principio di Pauli che l'interazione nucleare. Si tratta di un'equazione integro-differenziale per la funzione di distribuzione di particella singola nello spazio delle fasi $f(\vec{r},\vec{p},t)$:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{\vec{p}_1}{m} \cdot \vec{\nabla}_r f_1 - \vec{\nabla}_r U(\rho(\vec{r})) \cdot \vec{\nabla}_{p_1} f_1 = I(f) \ , \tag{1.5}$$

in cui l'integrale di collisione $I(f)$, per un urto binario caratterizzato da quantità di moto $\vec{p}_1$ e $\vec{p}_2$ nello stato iniziale e $\vec{p}_3$ e $\vec{p}_4$ nello stato finale, è dato da:

$$I(f) = \frac{1}{h^3} \int d^3p_2 \, d^3p_3 \, d^3p_4 W(p_1p_2|p_3p_4)[f_3f_4\overline{f}_1\overline{f}_2 - f_1f_2\overline{f}_3\overline{f}_4] \ , \tag{1.6}$$

ove si intende $f_i \equiv f(\vec{r},\vec{p}_i,t)$ e $\overline{f}_i \equiv (1-f_i)$ $(i = 1,2,3,4)$. $U(\rho(\vec{r}))$ è il campo medio generato da tutte le particelle che costituiscono il sistema, $W(p_1p_2|p_3p_4)$ è il tasso di transizione della reazione ed è proporzionale alla sezione d'urto efficace nucleone-nucleone $d\sigma/d\Omega$, mentre i fattori $\overline{f}$ descrivono l'effetto del principio di Pauli per cui gli stati finali di diffusione vengono vietati se già occupati. Si può osservare che in assenza dei termini $\overline{f}$ (introdotti da Nordheim nel 1928 [Nor 28] e da Uehling ed Uhlenbeck nel 1933 [Ueh 33]) e del termine di campo medio (introdotto da Vlasov nel 1938 [Vla 38]) si ottiene l'equazione di Boltzmann. Gli effetti di collisione $(d\sigma/d\Omega)$ ed il campo medio U non sono indipendenti, ma devono essere derivati in modo autoconsistente a partire da una stessa interazione nucleone-nucleone modificata dagli effetti del campo nucleare, ossia dalla stessa matrice G di diffusione nucleone-nucleone calcolata con la teoria di Brückner [Bot 86]. Questa prescrizione è però in pratica generalmente trascurata, prendendo per U un potenziale efficace di tipo Skyrme e rinormalizzando la sezione d'urto di diffusione libera nucleone-nucleone in modo opportuno per tenere conto degli effetti del mezzo nucleare che circonda i nucleoni che collidono. A seconda dei diversi schemi di approssimazione si hanno i modelli cosiddetti VUU (Vlasov-Uehling-Uhlenbeck) [Kru 85], BUU (Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck) [Ber 84, Aic 85], LV (Landau-Vlasov) [Gre 87]. Caratteristica comune di tutti questi modelli è che descrivono bene le osservabili di particella singola,

ma non fenomeni connessi alle correlazioni a molti corpi, quali la produzione di frammenti nello stato finale. Studi recenti cercano di superare questo problema considerando anche la parte dell'integrale di collisione $I(f)$ legata alle fluttuazioni: si fa quindi evolvere in modo stocastico la funzione di distribuzione ad un corpo f, ottenendo un effetto simile al caso di una particella browniana soggetta ad una forza di Langevin, da cui l'equazione modificata è detta di Boltzmann-Langevin (BL) [Bur 92].

Un approccio parzialmente differente è fornito dalla **Dinamica Molecolare Quantistica** (QMD) [Aic 86, Aic 88, Pei 89]. Si tratta di un modello che simula le collisioni tra ioni pesanti evento per evento preservando quindi le fluttuazioni e le correlazioni tra le particelle necessarie per la produzione di aggregati nucleari durante la reazione. In tale modello ogni nucleone è rappresentato come un pacchetto d'onda gaussiano

$$\Psi_i = \frac{1}{(2\pi L)^{3/4}} e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_{i0})^2}{4L}} e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} \tag{1.7}$$

di larghezza fissata ($L = 1.08$ fm^2). I centroidi dei pacchetti d'onda vengono scelti casualmente mediante una procedura di inizializzazione che consiste nel rigettare tutte le configurazioni dei nucleoni troppo vicine. I momenti lineari dei nucleoni sono scelti casualmente tra 0 e l'impulso locale di Fermi. Infine sono scartati i numeri casuali che portano due nucleoni ad essere troppo vicini nello spazio delle fasi. Questa procedura consente di riprodurre la stabilità dello stato fondamentale dei nuclei. I nuclei così inizializzati sono fatti collidere utilizzando la cinematica relativistica. I nucleoni vengono fatti propagare mediante le equazioni del moto di Hamilton. L'interazione microscopica nucleone-nucleone è descritta da un potenziale in cui vi è un termine locale di Skyrme a due e tre corpi (interazione a corto raggio), un termine di Yukawa per riprodurre le proprietà superficiali dei nuclei ed un termine coulombiano:

$$V = V_{loc} + V_{Yuk} + V_{coul} \ , \tag{1.8}$$

con

$$V_{loc} = t_1\, \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + t_2\, \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\, \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_3) \tag{1.9}$$

$$V_{Yuk} = t_3 \frac{e^{-|\vec{r}_1-\vec{r}_2|/M}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|/M} \quad (M = 1.5 \text{ fm}) \ . \tag{1.10}$$

L'interazione microscopica 1.8 senza i termini coulombiano e di Yukawa conduce, nel caso di materia nucleare infinita fredda, al seguente potenziale statico:

$$U = \alpha \frac{\rho}{\rho_0} + \beta \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma} \quad . \tag{1.11}$$

I parametri α e β sono legati ai parametri t_1 e t_2 e sono determinati richiedendo che vengano riprodotte le proprietà della materia nucleare infinita, cioè che per $\rho = \rho_0$ l'energia di legame media sia -15.75 MeV e che l'energia totale abbia un minimo in corrispondenza di ρ_0. Il terzo parametro γ è fissato dalla scelta del valore del modulo di incompressibilità K. L'idea è dunque di variare K mantenendo inalterate le proprietà di saturazione dello stato fondamentale, al fine di investigare come incompressibilità differenti (tipicamente $K = 200$ MeV per un'EoS soffice o $K = 380$ MeV per un'EoS dura) si riflettono in variazioni di distribuzioni di grandezze fisiche misurabili. In tal modo, dal confronto con le analoghe distribuzioni sperimentali, si può sperare di ottenere informazioni sulla rigidità dell'equazione di stato. Oltre che attraverso i potenziali le particelle interagiscono mediante collisioni binarie. Due nucleoni sono fatti collidere se la loro distanza di minimo avvicinamento è inferiore a $\sqrt{\sigma_{NN}/\pi}$, ove σ_{NN} è la sezione d'urto nucleone-nucleone. In QMD nella versione di J. Aichelin [Aic 91], il cui codice è stato concesso in uso alla Collaborazione FOPI, viene impiegata una parametrizzazione della sezione d'urto libera nucleone-nucleone. Sono stati tuttavia fatti dei calcoli anche utilizzando una matrice G di Brückner [Oht 87, Jän 92a], che consente una trattazione più realistica delle collisioni tra nucleoni entro la materia nucleare.

Tuttavia modelli con l'ambizione di descrivere realisticamente la collisione tra due ioni pesanti, quali VUU e QMD, devono includere gli effetti dinamici quali la dipendenza dell'interazione nucleare dall'impulso [Ain 87]. Per esempio in QMD questo viene realizzato includendo nell'interazione microscopica un contributo V_{MDI} [Aic 87]:

$$V = V_{loc} + V_{Yuk} + V_{coul} + V_{MDI} \ , \tag{1.12}$$

con

$$V_{MDI} = t_4 \ln^2 \left[t_5 (\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^2 + 1 \right] \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad . \tag{1.13}$$

L'inclusione della dipendenza dell'interazione nucleare dall'impulso è motivata dall'osservazione che, in reazioni indotte da protoni su ioni pesanti, il potenziale ottico dipende dall'energia di bombardamento. Questo effetto dinamico comporta una repulsione addizionale tra i nucleoni durante la reazione. La forma analitica di V_{MDI} è spiegata dal fatto che la profondità del potenziale ottico in funzione del logaritmo dell'energia di bombardamento ha la forma di una parabola (i parametri t_4 e t_5 sono ricavati da un'interpolazione di questo tipo dei valori sperimentali). L'interazione microscopica 1.12 conduce, nel caso di materia nucleare infinita fredda, al seguente potenziale:

$$U = \alpha\frac{\rho}{\rho_0} + \beta\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma} + \delta\ln^2[1+\epsilon\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{2/3}]\frac{\rho}{\rho_0}\ . \tag{1.14}$$

I vari parametri sono ancora fissati richiedendo che:

- vengano riprodotte le proprietà di saturazione dello stato fondamentale,
- allo stato fondamentale si ottengano gli stessi valori della costante K di incompressibilità utilizzati nel caso del potenziale statico 1.11.

Secondo dei recenti modelli covarianti relativistici basati su equazioni di trasporto per le funzioni di distribuzione nello spazio delle fasi, la dipendenza dell'interazione dall'impulso sarebbe riconducibile ad una forza di Lorentz agente tra le correnti di nucleoni del proiettile e del bersaglio [Cas 92, Blä 93]. In figura 1.3 [Pei 89] è riportata l'energia di compressione della materia nucleare a $T = 0$ (EoS fredda) per valori differenti del modulo di incompressibilità. Con S o H si indicano rispettivamente un'Eos soffice o dura, mentre con SM o HM si indica anche l'inclusione della dipendenza dell'interazione dall'impulso (questa notazione sarà ancora utilizzata nei prossimi capitoli). Nel caso di materia nucleare infinita a riposo, la dipendenza dal momento lineare non è molto importante, trattandosi di un effetto dinamico. Nelle collisioni tra ioni pesanti, invece, essendo proiettile e bersaglio separati nello spazio degli impulsi, la repulsione addizionale tra i nucleoni sposta le curve SM ed HM a valori molto più alti se confrontati con le curve corrispettive S ed H.

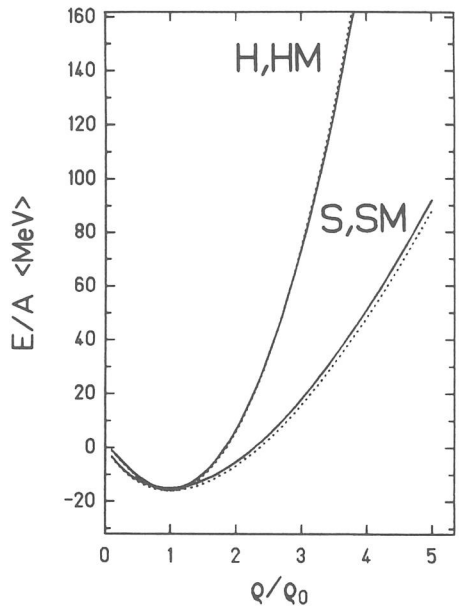


Figura 1.3: Energia per nucleone in funzione della densità per la materia nucleare infinita fredda. Le curve corrispondono ad equazioni di stato diverse, come illustrato nel testo.

Recentemente sono stati sviluppati modelli quali la **Dinamica Molecolare Fermionica** (FMD) [Fel 90] e la **Dinamica Molecolare resa Antisimmetrica** (AMD) [Ono 92] che cercano di superare alcuni limiti di QMD nella trattazione quantistica dei nucleoni. In questi modelli i nucleoni sono ancora rappresentati come pacchetti d'onda gaussiani, ma obbediscono alla statistica di Fermi-Dirac imponendo che la funzione d'onda totale a molti corpi sia antisimmetrica. Tuttavia non è ancora realizzata una descrizione puramente quantistica, poiché, per esempio, non sono considerati gli effetti di interferenza tra i pacchetti d'onda.

I vari modelli dinamici descritti presentano, al momento, molte limitazioni:

- i nucleoni vengono fatti propagare come particelle classiche;
- sono trattate esplicitamente le collisioni nucleone-nucleone, ma non prese in opportuna considerazione le interazioni agli ordini superiori;

- gli effetti tipici del mezzo nucleare (valore della sezione d'urto nucleone-nucleone entro la materia nucleare e dipendenza del potenziale dall'impulso) non sono ancora ben trattati, anche se si stanno facendo notevoli progressi in tal senso;

- i codici presentano spesso delle instabilità numeriche, per esempio nella riproduzione della stabilità dei nuclei.

Oltre ai modelli dinamici, passati brevemente in rassegna, esiste una classe di modelli cosiddetti **statistici** [Ang 91], poiché si basano su concetti derivati dalla meccanica statistica. Essi sono usati per studiare i meccanismi di diseccitazione del sistema, formatosi nel corso della collisione tra i due nuclei, nella sua fase finale. A basse energie di bombardamento, per cui i nuclei vengono poco eccitati, si forma, ad esempio, per collisioni abbastanza centrali, un nucleo composto che si diseccita per evaporazione di particelle leggere. Ad energie di bombardamento molto elevate (intorno al GeV per nucleone o più), le energie di eccitazione in gioco sono superiori all'energia di legame del nucleo, per cui il sistema nucleare formato si disintegra completamente in nucleoni e particelle leggere. Nel regime delle energie intermedie si osserva che il sistema si rompe producendo sia particelle leggere che aggregati nucleari (frammenti di massa intermedia). In questi modelli si cerca di studiare la frammentazione investigando i possibili modi di partizione di un sistema complesso in parti più piccole. Approcci basati sulla massimizzazione dell'entropia del sistema o i modelli di percolazione rispondono a questo scopo. Esiste anche un gruppo di modelli microscopici in cui si suppone che, in seguito alla collisione tra proiettile e bersaglio, si formi un sistema caldo che evolve verso una condizione di equilibrio statistico *globale*. Non appena la sua densità è inferiore ad un valore critico (densità di rottura), esso diviene instabile e si disintegra. Utilizzando gli insiemi statistici (microcanonico, canonico o gran canonico) si costruisce una funzione di partizione con cui è possibile studiare le configurazioni in cui i costituenti del sistema si ripartiscono nei possibili stati finali.

Una considerazione generale è che, attualmente, non esiste alcun modello

che riesca a descrivere correttamente una reazione durante tutta la sua evoluzione: da una parte i modelli dinamici come QMD, seppure preservino le fluttuazioni e le correlazioni a molti corpi, falliscono nel riprodurre le proprietà dei frammenti complessi prodotti nei processi di multiframmentazione (ad esempio sottostimano i valori sperimentali della molteplicità dei frammenti di massa intermedia), dall'altra i modelli statistici trattano la diseccitazione e la frammentazione di un sistema nucleare senza entrare nel merito della sua formazione. Con lo scopo di una descrizione globale della dinamica della reazione si stanno facendo dei tentativi accoppiando i modelli dinamici ai modelli statistici. Ad esempio si cerca di utilizzare, nei primi stadi della reazione, QMD per descrivere la formazione di pre-frammenti eccitati, il cui successivo decadimento viene riprodotto mediante un modello statistico di frammentazione [Pei 93].

1.3 Il flusso collettivo: un po' di storia

Le proprietà dei nuclei atomici sono ben descritte nell'ambito del modello a strati, la cui caratteristica principale è di mettere in relazione le orbite dei singoli nucleoni con gli stati nucleari. Gli stati eccitati del nucleo vengono spiegati a partire da eccitazioni di particella singola. Il successo del modello a strati è dovuto al fatto che le interazioni entro il nucleo avvengono essenzialmente tra i singoli nucleoni ed il campo medio generato dall'insieme dei costituenti nucleari: essendo molto efficace il bloccaggio degli stati occupati dovuto al principio di esclusione di Pauli, ne consegue che il libero cammino medio dei nucleoni entro il nucleo è molto grande, per cui sono scarsamente probabili le interazioni dei nucleoni tra di loro. In realtà esistono degli stati negli spettri nucleari che non sono spiegabili con il modello a strati, ma implicano piuttosto un moto collettivo, cioè un moto in cui i nucleoni si muovono coerentemente con fasi ben definite (ad esempio le rotazioni dei nuclei deformati o le vibrazioni superficiali). Processi inoltre quali la formazione di un nucleo composto sono descrivibili trattando i nuclei come gocce liquide macroscopiche, senza entrare nel dettaglio dei costituenti. Anche la risonanza gigante in reazioni tra nuclei e γ di circa 20 MeV è spiegabile come un

moto relativo collettivo tra protoni e neutroni entro il nucleo. Infine in certe condizioni, come ad esempio le collisioni tra due nuclei pesanti alle energie intermedie, il moto dei nucleoni può essere di tipo idrodinamico, in cui i fenomeni cooperativi (o collettivi) sono dominanti rispetto ai comportamenti individuali.

Nel 1959 è stata sviluppata per la prima volta l'idea che entro la materia nucleare si possano sviluppare onde d'urto qualora un nucleo pesante venga perturbato da una particella relativistica (protone o pione) con velocità superiore alla velocità del suono nella materia nucleare [Gla 59].

I lavori teorici pionieristici più importanti sono pubblicati quasi contemporaneamente tra il 1973 ed il 1974. Nel 1973 [Cha 73] si prevede che in collisioni frontali molto energetiche tra due ioni pesanti, in seguito ad un'onda d'urto da compressione, si possa formare della materia nucleare calda e densa in uno stato transiente. Nel 1974 [Won 74] vengono trattate le collisioni supersoniche tra nuclei pesanti mediante un semplice modello in una dimensione, che tuttavia riesce a predire la formazione di onde d'urto e, come conseguenza, aumento della densità e produzione di calore. Il lavoro teorico più importante che veramente apre la strada alla fisica degli ioni pesanti alle energie intermedie per investigare il comportamento della materia nucleare compressa ed eccitata è quello pubblicato nel 1974 da W. Scheid, H. Müller e W. Greiner della scuola di Francoforte [Sch 74]. In esso vengono descritte le collisioni tra due nuclei pesanti identici, con velocità relativa superiore alla velocità del suono nella materia nucleare, nell'ambito del modello idrodinamico. Per la prima volta sono fatte previsioni dettagliate eventualmente riscontrabili in ambito sperimentale: per energie di bombardamento superiori a 100 MeV per nucleone i nuclei collidenti si bloccherebbero reciprocamente sviluppando delle onde d'urto da compressione per cui la materia nucleare non potrebbe scappare rapidamente dalla regione di forte interazione. In questa zona si avrebbe così un progressivo accumulo di materia che porterebbe il sistema a comprimersi ad una densità tra 3 e 5 volte la densità di saturazione ρ_0, il che comporterebbe, successivamente, un violento getto inerziale di fluido nucleare (flusso collettivo). Le particelle emesse dall'onda d'urto di Mach avrebbero una velocità collettiva v_f pari alla velocità di flusso nella

zona compressa, per cui la loro energia cinetica

$$E_k = Mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-(v_f/c)^2}} - 1 \right) \tag{1.15}$$

sarebbe proporzionale alle masse. A questo moto collettivo ordinato si sovrapporrebbe anche un moto disordinato di origine termica, che tenderebbe a distruggere l'allineamento delle particelle nel loro moto collettivo. Il successo del modello idrodinamico risiede nella grande varietà di predizioni, successivamente verificate sperimentalmente. Per collisioni non frontali tra due nuclei pesanti, ma con parametro di impatto sufficientemente piccolo (collisioni semicentrali), i nuclei si sovrapporrebbero parzialmente creando una regione densa ed eccitata (regione *partecipante*) dalla quale la materia sarebbe spruzzata entro il piano di reazione lateralmente rispetto all'asse del fascio, in quanto i nucleoni presenti in tale regione acquisterebbero nella successiva fase di espansione una componente di impulso trasverso [Stö 80]. Questo effetto è chiamato *spruzzo laterale* ('side-splash'). I residui di proiettile e bersaglio (*spettatori*), invece, non partecipando direttamente alla reazione, verrebbero deflessi a grandi angoli entro il piano di reazione (per conservare il momento angolare totale) con modalità reminescenti delle collisioni altamente inelastiche tipiche delle basse energie. L'effetto, detto *rimbalzo* ('bounce-off'), ricorderebbe l'urto di due palle da biliardo. Per parametri d'urto nulli (collisioni centrali) vi sarebbe uno schizzo collettivo di materia sotto forma di un anello di materia nucleare azimutalmente simmetrico. Il ricordo di questo *flusso radiale* ('radial flow') sarebbe visibile anche per piccoli parametri d'urto come una forte emissione collettiva perpendicolarmente al piano di reazione. Questo effetto è denominato *schizzo esterno* ('squeeze-out'), perché la materia nucleare nella regione partecipante verrebbe letteralmente spremuta fuori del piano di reazione [Stö 82]. Il merito della scuola di Francoforte è inoltre di aver reso chiaro il legame tra equazione di stato della materia nucleare (in particolare il suo modulo di incompressibilità) e flusso collettivo, manifestazione della compressione raggiunta.

La descrizione delle collisioni nucleari come collisioni tra goccioline liquide che si comprimono reciprocamente trova storicamente delle forti opposizioni in sede teorica: un esempio è la lettera di G.F. Bertsch [Ber 75] in cui si

afferma che è improbabile il meccanismo di formazione di onde d'urto nucleari con conseguenti alte densità, ma è più ragionevole pensare che i nuclei si interpenetrino come due gas che si attraversano reciprocamente.

Per quanto concerne l'attività nel campo sperimentale, nel 1974 diviene operativo a Berkeley l'acceleratore Bevalac, che rende possibile l'accelerazione di ioni pesanti fino all'uranio (nel 1982) da $100A$ MeV ad oltre $2A$ GeV. I primi tentativi sperimentali per studiare la formazione di onde d'urto sono del 1975 [Bau 75], quando si pretende di associare i picchi osservati nelle distribuzioni angolari delle particelle α emesse alla direzione di propagazione delle onde di Mach. Tali speculazioni restano però prive di conferma. Inoltre questi primi esperimenti sono di tipo inclusivo, per cui le informazioni sui prodotti di reazione sono raccolte in modo globale senza poter quindi distinguere tra classi di eventi diversi tra loro anche dal punto di vista del meccanismo di reazione soggiacente. Diviene allora via via più chiaro che per poter estrarre informazioni attendibili sull'equazione di stato nucleare si necessitava di misure *esclusive*, ossia (idealmente !):

- misurare il parametro d'impatto,
- identificare, per ciascuna collisione, tutti i prodotti di reazione nell'angolo solido 4π registrando, quindi, tutte le correlazioni tra le particelle.

In tal modo si può ricostruire la cinematica di ciascun evento, cercando quindi di caratterizzarlo dal punto di vista fisico estraendo da questa immensa quantità di dati delle grandezze fisiche sensibili alla compressione raggiunta dalla reazione ed in definitiva all'equazione di stato. Vengono quindi costruiti i primi rivelatori a grande accettanza angolare, detti perciò a 4π, che potevano stimare il parametro di impatto sulla base della molteplicità dei prodotti di reazione nella collisione, ma che erano tuttavia carenti dal punto di vista della identificazione di tutti i prodotti di reazione.

In questa sede è opportuno ricordare la Collaborazione Diogene a Saturne (Saclay) [Ala 87], il gruppo della camera a scarica al Bevalac [Str 83], ma soprattutto la Collaborazione Palla di Plastica al Bevalac (Berkeley) [Bad 82].

La prima importante evidenza del flusso entro il piano di reazione (*spruzzo laterale* e *rimbalzo*) avviene nel 1984 studiando le reazioni Ca+Ca e Nb+Nb all'energia di bombardamento di $400A$ MeV [Gus 84]. Viene osservata in tale circostanza un'emissione preferenziale di particelle lateralmente rispetto all'asse di incidenza. La capacità del modello idrodinamico di riprodurre la tendenza dei dati sperimentali decreta quindi l'insuccesso dei modelli a cascata intranucleare, i quali, non prendendo esplicitamente in considerazione la fase di compressione della materia nucleare, non riuscivano a predire angoli polari finiti per la deflessione laterale collettiva (angoli di flusso) [Buc 84].

La prima osservazione del flusso collettivo nel piano di reazione utilizzando tecniche di analisi nuove e più efficaci, quali l'analisi di Danielewicz e Odyniec [Dan 85], avviene nel 1986 nell'ambito della Collaborazione Palla di Plastica identificando i prodotti delle reazioni Ca+Ca, Nb+Nb, Au+Au fino a $Z = 2$ [Dos 86]. Successivamente la medesima collaborazione, spingendo lo spettrometro 4π alla misura dei frammenti di massa intermedia ($3 \leq Z \leq 9$), osserva nella reazione Au+Au a 200 MeV per nucleone che questi fluiscono di moto collettivo in misura maggiore che i frammenti leggeri ($Z = 1, 2$) [Dos 87].

Lo *schizzo esterno* di materia (flusso perpendicolare al piano di reazione) è stato scoperto solo recentemente [Gut 89b, Gut 90], ma misurato soltanto per prodotti di reazione leggeri.

Nel frattempo dal punto di vista teorico sono proposti nuovi modelli dinamici, quali QMD, più realistici del modello idrodinamico, poiché, simulando evento per evento le collisioni da un punto di vista microscopico, trattano direttamente con le interazioni nucleari e con le collisioni nucleone-nucleone. Quanto più i modelli divengono complessi e completi per una descrizione dinamica della reazione, comincia a farsi strada l'idea che l'associazione del flusso collettivo soltanto agli effetti di compressione è troppo semplificata e semplicistica. In uno studio recente mediante QMD [Jän 92b] si trova che soltanto una piccola frazione dell'energia cinetica iniziale viene utilizzata come energia di compressione, per cui appare ormai avventato ritenere che il trasferimento di impulso trasverso, manifestazione del flusso collettivo, sia dovuto

soltanto al rilascio dell'energia di compressione. In realtà l'emissione ordinata di particelle secondo direzioni preferenziali (flusso collettivo) è molto complessa e dovuta a vari effetti concomitanti:

- le correnti iniziali delle particelle del proiettile e del bersaglio che, in seguito alla collisione nucleare, si rallentano e deviano;
- l'interazione nucleone-nucleone (il contributo coulombiano repulsivo, il potenziale nucleare attrattivo, la dipendenza repulsiva dell'interazione dall'impulso);
- il rilascio dell'energia di compressione [Stö 86]
- effetti repulsivi di pressione termica, per cui la materia nucleare riscaldata durante la reazione tende ad espandersi esercitando una forza sui costituenti nucleari [Fri 90];
- possibili effetti d'ombra durante la reazione con conseguenti fenomeni di ri-diffusione tra i nucleoni ed i frammenti.

Lo studio del flusso collettivo, essendo collegato a tutti questi molteplici aspetti, appare allora importante non solo per ottenere informazioni sull'equazione di stato nucleare, ma anche per una più profonda comprensione microscopica, con collegamento cioè ai processi elementari tra i costituenti, della dinamica delle reazioni nucleari. Questo è uno dei motivi per cui è stato costruito lo spettrometro FOPI.

Scopo principale di questa tesi di dottorato di ricerca è la presentazione di nuovi risultati sperimentali sul flusso collettivo che le varie scuole teoriche potranno utilizzare nel confronto con i loro calcoli.

Capitolo 2

Apparato sperimentale

Mentre a bassa energia di bombardamento le reazioni indotte da ioni pesanti sono caratterizzate da pochi frammenti nel canale di uscita, ad energie intermedie viene prodotto un grande numero di particelle emesse in tutto l'angolo solido 4π. Informazioni utili alla determinazione dell'equazione di stato della materia nucleare possono essere ricavate soltanto con l'aiuto di quantità globali che richiedono l'identificazione del maggior numero possibile di frammenti prodotti. Questo è il motivo per cui un rivelatore deve coprire tutto l'angolo solido 4π o, almeno, una sua frazione notevole.

Il rivelatore FOPI [Gob 93] è installato presso i laboratori del GSI di Darmstadt ed utilizza fasci accelerati dal complesso SIS/ESR, divenuto operativo alla fine del 1989. Il SIS è un sincrotrone che può arrivare ad accelerare ioni pesanti come l'uranio ad un'energia superiore a $1A$ GeV. ESR è un anello di accumulazione che serve per raffreddare e decelerare gli ioni.

Le caratteristiche principali del rivelatore sono:

- l'alta granularità, necessaria all'identificazione dei prodotti di reazione;
- la completa simmetria per rotazioni attorno all'asse del fascio, necessaria per la determinazione di osservabili globali quali il piano di reazione e l'angolo di flusso.

La costruzione del rivelatore è avvenuta in due fasi. Questa tesi riguarda esperimenti in cui si è utilizzato lo spettrometro nella configurazione detta Fase I, in cui era operativa la parte dell'apparato costituita da un muro di

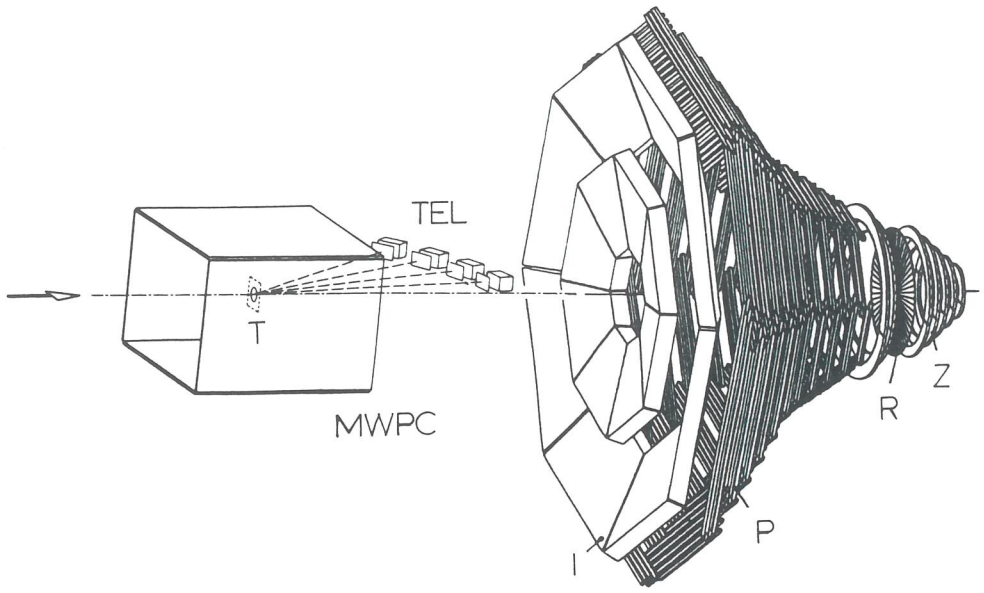


Figura 2.1: Fase I del rivelatore FOPI. Le parti costitutive sono descritte nel testo: T è il bersaglio, P il muro esterno, Z il muro interno, I la Parabola, R il Rosone, MWPC le camere proporzionali a fili, TEL i telescopi.

scintillatori con completa copertura azimutale e copertura polare da 1.2^0 a 30^0 nel laboratorio. La Fase II sarà invece caratterizzata principalmente dall'aggiunta di una camera a deriva cilindrica operante all'interno di un campo magnetico. La configurazione Fase I del rivelatore FOPI permette un tasso elevato di conteggio (contrapposto alla Fase II con 'tracking') che è di notevole vantaggio per registrare le basse probabilità di emissione dei frammenti prodotti in urti centrali e quasi-centrali. Il limite che forza le misure solo per angoli $\theta_{lab} < 30^0$ è tollerabile per sistemi simmetrici. È però nuova la possibilità di misurare integralmente i prodotti di reazione con $Z > 2$. L'identificazione dei frammenti carichi (i neutroni non sono rivelati) avviene mediante misure ΔE-TOF. Al fine di identificare anche i prodotti di reazione arrestati negli scintillatori, dinanzi all'intero muro è posto un altro strato di rivelatori più sottili che forniscono il segnale ΔE dei frammenti che lo attraversano. In tal modo è possibile la misura del numero atomico Z e del vettore velocità $\vec{v}$ delle particelle prodotte. Nel seguito si descrivono le

varie parti costitutive dell'apparato.

2.1 Il muro di plastica

Il muro di scintillatori è costituito da una parte esterna ed una interna.

2.1.1 Il muro esterno

Il muro esterno, situato a circa 4 m dal bersaglio e di forma ottagonale, ha una copertura polare da 7^0 a 30^0 ed è costituito da 512 strisce di scintillatore (Bicron BC 408) disposte in 8 settori radiali (figura 2.2). Le strisce sono spesse 1.8 cm, alte 2.4 cm ed hanno lunghezza variabile da 45 cm per quelle a 7^0 a 165 cm per quelle a 30^0. Ciascuna estremità di ogni striscia è collegata, mediante guide di luce, ad un fototubo per la lettura dei segnali. Al centro di ciascuna striscia, sulla superficie posteriore, è attaccata una fibra al quarzo attraverso la quale viene inviata la luce da parte del sistema laser di calibrazione.

Il segnale dell'anodo di ciascun fototubo viene suddiviso in un segnale di energia ed un segnale di tempo. In tal modo si hanno quattro segnali E_L, E_R, t_L, t_R per ciascuna striscia. La luce prodotta nello scintillatore da una particella alla distanza x dall'estremità sinistra si propaga in entrambe le direzioni, per cui i segnali nei fototubi sono:

$$E_L \propto \Delta E\, e^{-\frac{x}{D}} \tag{2.1}$$

$$E_R \propto \Delta E\, e^{-\frac{s-x}{D}} \ , \tag{2.2}$$

ove D è il coefficiente di assorbimento ed s la lunghezza della striscia. I segnali in tempo sono misurati a partire da un tempo di riferimento fornito da un rivelatore di 'start':

$$t_L = \mathrm{TOF} + t_x \tag{2.3}$$

$$t_R = \mathrm{TOF} + t_{s-x} \ , \tag{2.4}$$

in cui TOF è il tempo di volo, t_x e t_{s-x} i tempi di propagazione dei segnali nei fototubi. A partire da queste relazioni è possibile determinare l'energia ΔE

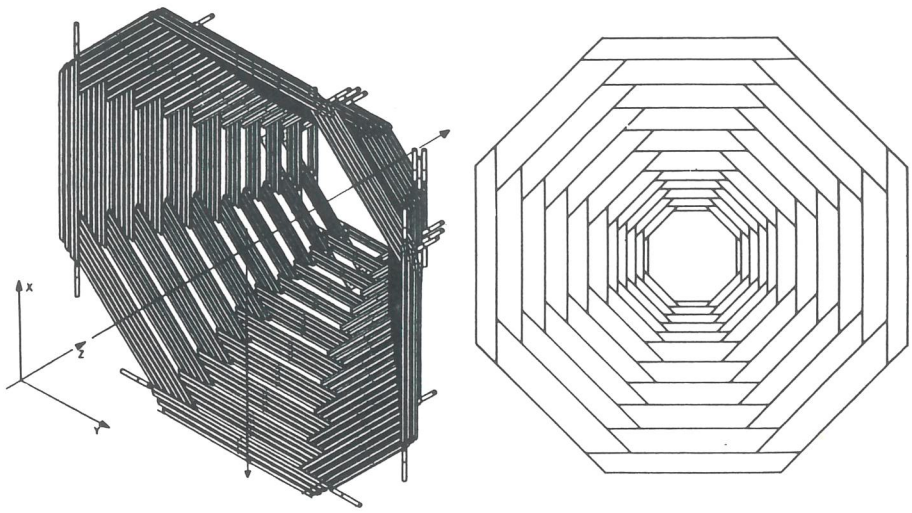


Figura 2.2: Il muro esterno in una rappresentazione tridimensionale (a sinistra) e frontale (a destra).

depositata dalla particella, il tempo di volo TOF e la posizione di incidenza POS della particella lungo la striscia:

$$\Delta E \propto \sqrt{E_L E_R} \tag{2.5}$$

$$\mathrm{TOF} \propto \frac{1}{2}(t_L + t_R) \tag{2.6}$$

$$\mathrm{POS}(x) \propto \frac{1}{2}(t_L - t_R) \ . \tag{2.7}$$

Nota la posizione di incidenza si ricava l'angolo azimutale φ, mentre l'angolo polare è dato dalla posizione della striscia, che, essendo alta 2.4 cm, comporta un'indeterminazione $\Delta\vartheta = 0.36^0$. La risoluzione temporale è dell'ordine di 200 ps, quella in posizione di circa 3 cm, il che comporta un'indeterminazione in φ minore di un grado. A partire da queste quantità si ricava il vettore velocità delle particelle misurate con il muro.

Nella figura 2.3a vi è la distribuzione dei prodotti di reazione nel piano $(v, \Delta E)$. Ciascuna curva rappresenta particelle con lo stesso numero atomico Z rivelate dal muro di scintillatori. I rami con pendenza positiva corrispondono a particelle arrestate dallo scintillatore e possono essere identificate

soltanto mediante l'ausilio delle camere a ionizzazione che costituiscono la Parabola.

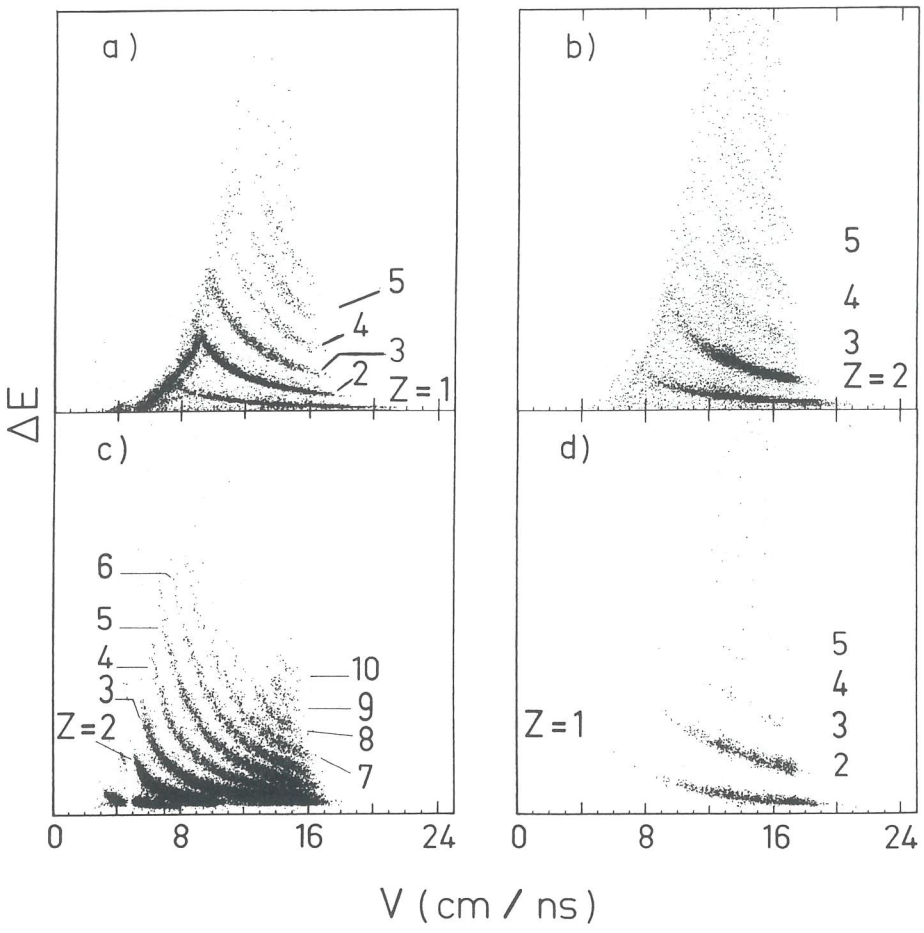


Figura 2.3: Distribuzione nel piano $(v, \Delta E)$ dei prodotti di reazione identificati, all'energia di bombardamento di 150 MeV per nucleone, rispettivamente con il muro esterno (a), il muro interno (b), la Parabola (c) ed il Rosone (d).

2.1.2 Il muro interno

Questo dispositivo, posto sul retro del muro esterno, è costituito da 252 moduli di scintillatore (Bicron BC 404) di forma trapezoidale disposti in 7 anelli concentrici che coprono angoli polari da 1.2^0 a 7.5^0. I moduli hanno uno spessore di 2 cm e sono letti da un fototubo. Il segnale viene suddiviso in un segnale di energia ed uno in tempo, per cui si ottengono direttamente la

perdita di energia ΔE ed il tempo di volo TOF delle particelle. A causa della forma dei moduli e della geometria del dispositivo, le risoluzioni sono peggiori di quelle del muro esterno: $\Delta\vartheta \sim 1^0$, $\Delta\varphi = 7 - 20^0$, $\sigma(t) = 230 - 340$ ps. Le risoluzioni peggiori sono relative agli angoli polari più piccoli.

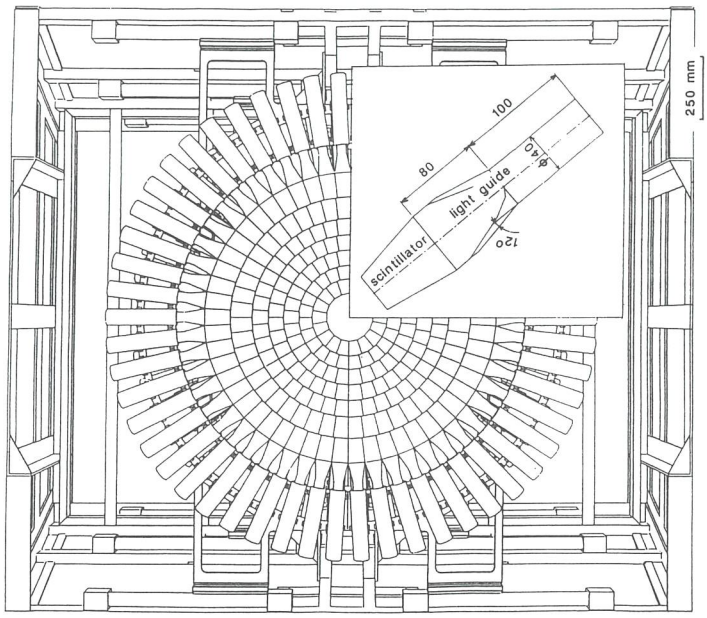


Figura 2.4: Vista frontale del muro interno.

2.2 Il rivelatore di aggregati

Il rivelatore di aggregati è costituito da due dispositivi: la Parabola ed il Rosone realizzati a Strasburgo. La loro peculiarità consiste nell'avere uno spessore attivo molto più sottile rispetto al muro di plastica, cosicché si riescono ad identificare quei prodotti arrestati negli scintillatori. Combinando la perdita di energia ottenuta dal rivelatore di aggregati con il tempo di volo dal muro, si riesce a misurare la carica di tali frammenti. L'utilizzazione del rivelatore di aggregati consente l'identificazione dei frammenti di massa intermedia fino a $Z \simeq 15$.

2.2.1 La Parabola

Anteriormente al muro di plastica è posto un rivelatore, denominato Parabola, del diametro di circa 4 m, formato da un insieme di camere a ionizzazione che coprono gli angoli polari da 6^0 a 30^0. Anche la Parabola ha forma ottagonale ed è costituita da 8 settori radiali disposti in 2 corone, ciascuna formata quindi da 8 moduli di area rispettivamente di 0.5 m^2 e 0.9 m^2 (figura 2.5). Ciascun modulo è una doppia camera a ionizzazione profonda 12 cm e riempita di una miscela di Ar(90%) e di CH_4(10%) alla pressione atmosferica. Nella figura 2.5 si può vedere la sezione di una camera a ionizzazione: i catodi sono ad una tensione di -4.8 kV e l'anodo è a massa. Davanti all'anodo ci sono 2 griglie di Frisch ad una tensione di -1 kV. Gli elettrodi sono di mylar alluminato di spessore 13 μm. Ciascun anodo è segmentato in 8 sottoanodi, disposti radialmente, separati tra loro da strisce isolanti di Al_2O_3 di larghezza 2 ± 1 mm. Ciascun sottoanodo sottende un angolo azimutale $\Delta\varphi = 5.6^0$. Mediante tale configurazione la granularità della Parabola è di 128 anodi indipendenti.

L'identificazione delle particelle in carica avviene combinando l'informazione della velocità fornita dal muro di plastica con la perdita di energia misurata dalla Parabola: è necessario quindi combinare opportunamente i due diversi rivelatori. Ciascun modulo della Parabola è accoppiato geometricamente a 32 strisce del muro di plastica. La correlazione tra i due rivelatori è eseguita mediante un algoritmo di ricostruzione delle tracce che distingue non solo i casi naturali in cui un frammento attraversi entrambi i rivelatori oppure si arresti nel muro, ma anche i casi in cui il frammento venga fermato nella Parabola o nell'aria tra i due rivelatori, o i casi di colpi multipli su un singolo anodo e registrati da diverse strisce di scintillatore o colpi multipli su una sola striscia del muro ma provenienti da più anodi della Parabola. Inoltre si deve tenere conto delle diverse soglie di rivelazione dei due rivelatori. Il risultato è che si riescono ad identificare il 90% circa dei colpi registrati.

Nella figura 2.3c vi è la distribuzione dei frammenti identificati con la Parabola nel piano $(v, \Delta E)$.

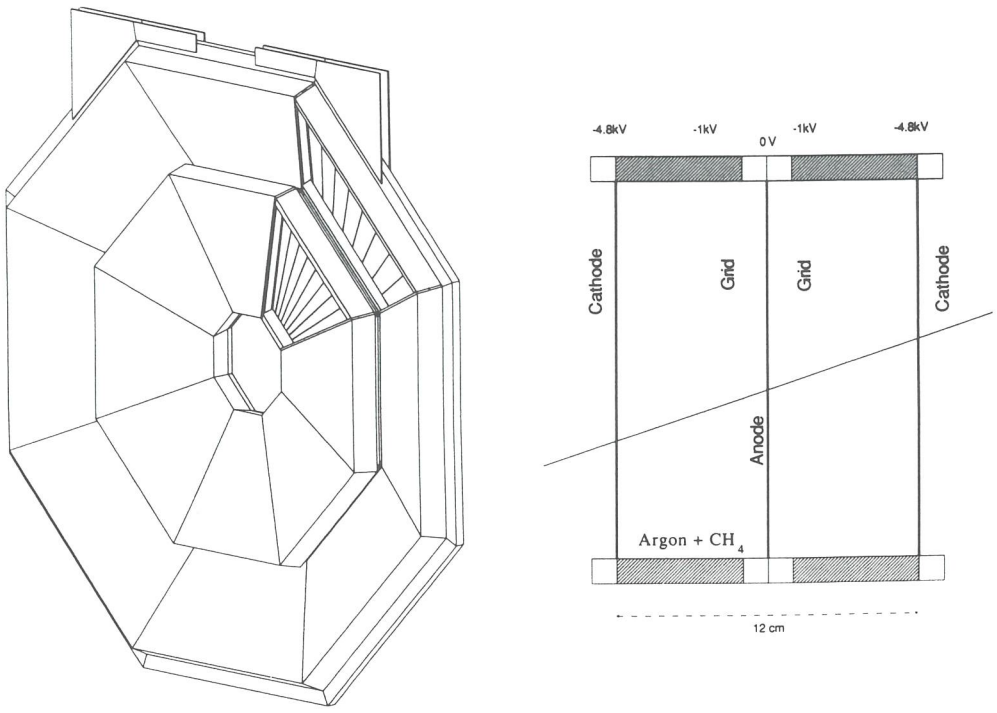


Figura 2.5: La Parabola. A sinistra: disposizione geometrica delle camere a ionizzazione. A destra: sezione trasversale di una camera a ionizzazione.

2.2.2 Il Rosone

Il Rosone, che prende il nome dalla somiglianza con il rosone della navata principale della cattedrale gotica di Strasburgo, è la parte interna del rivelatore di aggregati e copre gli angoli polari tra 1^0 e 6^0. Esso è composto da 60 moduli di scintillatore plastico (NE 102A) spessi 2 mm e lunghi 340 mm disposti radialmente come i petali di un fiore (figura 2.6). Ogni petalo sottende un angolo $\Delta\varphi = 6^0$ ed è collegato ad un fototubo mediante guida di luce. Il Rosone è posto anteriormente ai cinque anelli più interni del muro interno. Questo rivelatore fornisce un segnale ΔE per i prodotti di reazione che lo attraversano rendendo quindi possibile l'identificazione in carica di quei frammenti di bassa velocità non identificati dal muro interno. Anche in questo caso l'accoppiamento dei due rivelatori è fatto mediante una procedura di ricostruzione delle tracce.

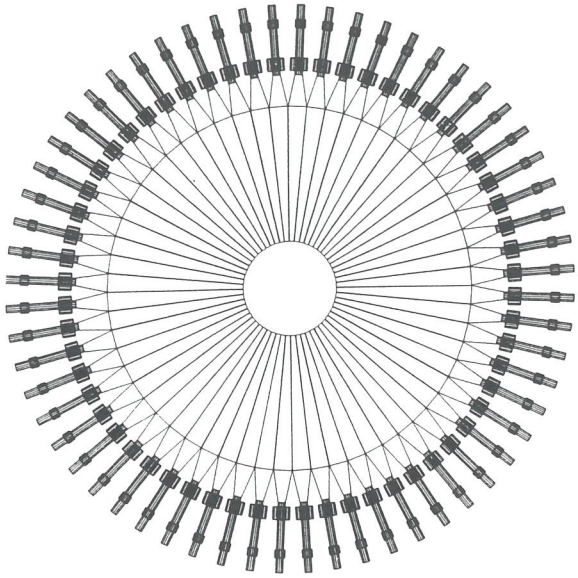


Figura 2.6: Vista frontale del Rosone.

2.3 La zona del bersaglio

Durante gli esperimenti della Fase I l'intensità del fascio variava tra 5×10^4 e 1.5×10^5 particelle per 2 secondi del tempo di estrazione, la cadenza di ripetizione era di 3 secondi. Uno schema della zona in prossimità del bersaglio è riportato nella figura 2.7. Il fascio esce dal tubo a vuoto mediante una finestra di kapton di 125 μm di spessore. Circa 10 cm a valle il fascio attraversa un collimatore (HALO 1) che consiste di due coppie di scintillatori spessi 5 mm, che hanno l'effetto di una fenditura: con un'apertura di 9×9 mm^2 passano circa il 99 % delle particelle del fascio. Quindi, 8 cm più a valle si trova il rivelatore di 'start', un sottile foglio di scintillatore ruotato di 45^0 rispetto all'asse del fascio che produce luce letta da 2 fototubi. Questo rivelatore fornisce il segnale di riferimento in tempo per la misura dei tempi di volo. Fornisce inoltre il segnale per il 'trigger' detto 'fascio buono' (GB) per cui sono validate quelle particelle non scartate da HALO 1. Infine 30 cm a valle si trova il bersaglio. Negli esperimenti sono stati utilizzati bersagli di ^{197}Au con spessore variabile tra lo 0.25% ed il 2% dello spessore di interazione.

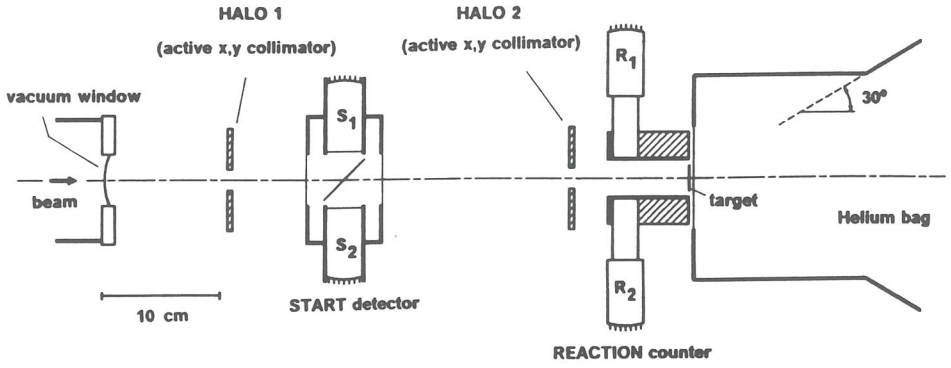


Figura 2.7: Schema della zona in prossimità del bersaglio. I vari componenti sono descritti nel testo.

L'aria tra il bersaglio ed il rivelatore di aggregati presenta circa il 10% di probabilità di interazione con il fascio. Questo fondo, tuttavia, è dovuto a reazioni di Au con elementi più leggeri e quindi, essendo caratterizzate da cinematica inversa, i prodotti vengono emessi in avanti ad angoli molto piccoli. Poiché, come illustrato nel seguito, il 'trigger' degli 'eventi centrali' (CE) usato nell'acquisizione dei dati si basa sul taglio degli eventi con molteplicità di particelle misurate nel muro di plastica inferiore ad un certo valore, ne consegue che il fondo registrato non è superiore a qualche percento. Al fine di ridurlo ulteriormente è stata posta tra il bersaglio e il rivelatore di aggregati una sacca piena di He, il cui ingresso è una finestra di kapton spessa 30 μm ad 1 mm dal bersaglio. Il fascio esce attraverso una finestra simile, mentre i prodotti di reazione escono attraverso un foglio alluminato di 102 μm di spessore. Mediante la sacca ad He la probabilità di reazioni di fondo è ridotta del 50%. Inoltre a monte del bersaglio è posto un ulteriore collimatore (HALO 2) seguito da un contatore di reazione, che è uno scintillatore anulare di diametro interno di 30 mm. Esso ha il compito di rivelare almeno un frammento emesso all'indietro, proveniente, si suppone da una collisione centrale o semicentrale nel bersaglio.

Oltre al rumore in gran parte eliminabile dall'uso combinato di contatore di reazione, sacca ad elio e selezione degli eventi con alta molteplicità nel muro esterno, vi sono altre due sorgenti di fondi. La prima, trascurabile,

sono le reazioni dei frammenti stessi con il materiale dello scintillatore (nuclei di carbonio). La seconda causa di rumore sono i neutroni e i δ-elettroni. L'efficienza del rivelatore per la rivelazione di neutroni è inferiore all'1% a $200A$ MeV e decresce con l'energia di bombardamento. Anche i δ-elettroni contribuiscono al fondo in maniera trascurabile.

2.4 La camera a fili

Tutt'intorno al bersaglio vi è una scatola composta da quattro camere proporzionali a fili (MWPC). Ciascuna camera copre gli angoli polari tra 35^0 e 128^0 e contiene 448 fili sensibili paralleli al fascio e spaziati di 2 mm tra loro. Le camere, che operano a pressione atmosferica con una miscela Ar(70%) - isobutano(30%) - freon(0.2%), possono misurare solo la molteplicità delle particelle e il loro angolo azimutale di incidenza ($\Delta\varphi \sim 1 - 2^0$), ma non la carica.

2.5 I telescopi

Un insieme di 8 telescopi per misure $\Delta E - E$ può essere ruotato attorno al bersaglio ad angoli polari tra 7^0 e 90^0 nel piano orizzontale. Ciascun telescopio consiste di 5 (o 9) rivelatori al silicio adiacenti con un' area attiva di 30 mm $\times$ 30 mm e spessore 500 μm, che misurano la perdita di energia, seguiti da 3 blocchi di scintillatore di CsI(Tl) letti da fototubi. Misurando E e ΔE, dalla formula di Bethe-Bloch segue che si possono identificare in carica frammenti fino a $Z \simeq 20$ e anche separare in massa gli isotopi più leggeri. Il grande problema di questi telescopi è l'angolo solido sotteso, relativamente piccolo, così come il conteggio registrabile.

2.6 Il sistema laser

La sensibilità anodica dei fotomoltiplicatori varia in funzione del tempo, della corrente media e della temperatura. Tali variazioni si ripercuotono principalmente sulle fluttuazioni di guadagno all'uscita del fotomoltiplicatore stesso.

Per stimare questi effetti vi è un sistema di controllo che comprende un laser ad azoto (VSL-337), che emette luce con lunghezza d'onda di 337 nm ed alimenta tutti gli scintillatori dello spettrometro 4π mediante impulsi, inviati con fibre al quarzo, sufficientemente corti da simulare la produzione di luce nel rivelatore da parte di particelle reali cariche. L'intensità della luce laser può essere variata mediante degli attenuatori ottici disposti su una ruota girevole situata sul cammino del fascio laser. Per il muro l'intensità è regolata in modo tale che negli scintillatori vengano prodotti impulsi di 1 MIL, ossia l'intensità luminosa prodotta da una particella al minimo di ionizzazione (m.i.p.). Questo viene fatto confrontando il segnale che il laser produce in un modulo di scintillatore con lo spettro prodotto nello scintillatore da una sorgente γ di ^{60}Co. La riga del fronte Compton (corrispondente ai fotoni diffusi all'indietro) a 1.2 MeV definisce 1/3 della perdita di energia di una m.i.p. negli scintillatori (3.6 MeV).

Essendo l'ampiezza del fascio di luce laser piuttosto instabile nel tempo, essa deve essere continuamente tenuta sotto controllo. Con questa funzione vi è uno scintillatore di 3 mm di spessore accoppiato a due fotodiodi, che viene eccitato dalla luce laser all'uscita di una fibra e da una sorgente di ^{207}Bi che produce elettroni di conversione (0.98 MeV). La misura del rapporto del picco della luce laser con quello corrispondente agli elettroni è usato come riferimento per variazioni della qualità del laser.

Il guadagno di un fototubo ha, in generale, una dipendenza non lineare dall'intensità della luce prodotta nello scintillatore. Variando l'ampiezza della luce laser mediante gli attenuatori ottici è possibile misurare, e quindi linearizzare tale dipendenza. Questo è essenziale per misurare correttamente le energie con gli scintillatori.

Inoltre i segnali in tempo prodotti dalla luce laser sono utilizzati per mettere in tempo tutti gli scintillatori e per controllare, durante l'esperimento, eventuali sfasamenti temporali.

2.7 Elettronica di misura

Vi sono 1276 fototubi per la lettura della luce prodotta negli scintillatori del muro di plastica. Il segnale proveniente da ciascun fototubo viene suddiviso in un segnale analogico in energia ed in un segnale analogico in tempo. Il segnale in energia viene ritardato di 500 ns e quindi inviato all'ADC. Il segnale in tempo è inviato invece ad un discriminatore a frazione costante (CFD), alla cui uscita vi è un segnale logico t_B che, dopo essere stato ritardato di 500 ns, è inviato al TDC, ed un altro segnale indipendente t_A producibile con soglie separatamente aggiustabili. I vari segnali t_A sono inviati a dei moduli a 64 porte (vi sono 8 moduli per il muro esterno e 4 per quello interno). Ognuna di queste scatole produce un segnale analogico in uscita ogni volta che viene misurata una molteplicità di particelle superiore ad un certo valore. Questi segnali sono quindi utilizzati per generare 'trigger' in linea sulla molteplicità di particelle cariche misurate in un evento.

L'elettronica per gli scintillatori del Rosone è analoga a quella descritta, con la differenza che non vi sono segnali temporali.

I segnali in energia della Parabola sono inviati ad amplificatori e quindi digitalizzati mediante ADC.

2.7.1 I 'trigger'

Lo spettrometro FOPI è finalizzato allo studio di collisioni centrali e semi-centrali di sistemi simmetrici, che possono essere selezionate mediante un sistema di decisioni rapide che costituiscono i 'trigger' in linea. Criteri di validazione sono ad esempio il 'minimum bias' (MB) e le 'collisioni centrali' (CE). Il 'minimum bias' (MB) è ottenuto combinando l'informazione di rivelazione di almeno 4 particelle cariche nel muro esterno e del segnale di 'fascio buono' descritto precedentemente. Le 'collisioni centrali' richiedono invece 'fascio buono' ed almeno M_C particelle rivelate nel muro esterno, ove M_C è determinato in modo tale che la sezione efficace di reazione sia circa il 10% di quella dell'evento corrispondente al 'minimum bias'. La selezione MRMB corrisponde agli eventi 'minimum bias' con l'ulteriore condizione di segnale dal contatore di reazione. Il criterio CEBB ('collisioni centrali con

fascio migliore') è ottenuto validando gli 'eventi centrali' CE con l'assenza di segnale da HALO 2. Una descrizione dettagliata di tutti i 'trigger' usati è contenuta nella tesi di R. Tezkratt [Tez 92].

2.8 L'acquisizione dei dati

Sono utilizzate due CPU principali, una con funzioni di controllo sull'intero dispositivo sperimentale (in particolare sui discriminatori a frazione costante, sui voltaggi dei fototubi, sui 'trigger') e l'altra per la gestione della lettura dei dati provenienti, tramite 'bus', da ADC e TDC e della loro scrittura su cassette video da 8 mm nel formato GOOSY [Ess 87], che è usualmente impiegato ai laboratori del GSI.

Nell'acquisizione dei dati sono applicati dei fattori di riduzione per i vari 'trigger': per esempio sono scritti tutti gli eventi per i criteri CE e CEBB, un evento ogni 32 per MB e così via per tutti gli altri [Wie 93b].

2.9 Elaborazione dei dati

Il nucleo principale dei programmi per l'analisi dei dati è costituito dal codice PAW FOPI, che si basa su PAW e ZEBRA sviluppati al CERN, con degli adattamenti ai nostri casi specifici. ZEBRA è un sistema capace di creare e modificare dinamicamente strutture di dati e di trasferirle da/a sistemi esterni di raccolta in tempo reale (vengono acquisiti circa 100 eventi/s) mantenendole intatte. Questo è estremamente utile nel nostro esperimento in cui abbiamo a che fare, per ogni evento, con grandi molteplicità di particelle, ciascuna delle quali è rappresentata da un insieme di informazioni provenienti da rivelatori differenti. PAW, invece, costituisce l'interfaccia attraverso cui il fisico può elaborare (graficamente) i dati. L'analisi numerica dei dati avviene per mezzo di sottoprogrammi scritti in linguaggio FORTRAN dal ricercatore, secondo le sue esigenze specifiche, che vengono quindi collegati al nucleo principale PAW FOPI per leggere le informazioni contenute nelle banche ZEBRA, elaborarle e quindi rappresentarle graficamente mediante PAW.

Il procedimento che trasforma i dati grezzi in dati pronti per l'elaborazione

numerica (le tabelle riassuntive di dati o DST) è lungo, laborioso e complesso ed è stato eseguito da varie persone ciascuna con un proprio compito. I dati rozzi raccolti contengono gli indirizzi dei rivelatori ed i numeri in canali come forniti da ADC e TDC. Successivamente vengono calibrati gli ADC ed i TDC ottenendo informazioni sulla perdita di energia in MIL e sui tempi di volo in ns. La fase successiva consiste nel calcolo dei vettori velocità delle particelle emesse e della loro carica atomica. Infine è effettuata l'intercorrelazione fra le diverse informazioni provenienti dai vari rivelatori e lo studio dei colpi multipli mediante i programmi per la ricostruzione delle traiettorie. L'ultimo stadio è costituito dalla produzione delle DST. Nelle varie fasi ci si avvale di banche di dati, in cui vengono via via scritte tutte le costanti di taratura per passare dai dati grezzi ai dati fisici.

Il mio contributo a tale lavoro tecnico è stata la calibrazione della Parabola alle energie di $100, 250, 400$ (parzialmente) e $600A$ MeV per la determinazione dei numeri atomici delle particelle identificate mediante le camere a ionizzazione. In particolare allo stato della scrittura di questa tesi non sono ancora state prodotte le DST per l'energia di $100A$ MeV. Nella successiva sezione descriverò brevemente le procedure di calibrazione con particolare attenzione al lavoro da me svolto.

2.10 Calibrazioni

2.10.1 Il tempo di volo

La calibrazione in tempo consiste nella conversione dei valori digitalizzati nelle unità di misura volute (secondi). La relazione tra il numero del canale del TDC e il tempo in secondi è lineare. Per una taratura in tempo assoluto nello spettro bidimensionale (figure 2.3a e 2.3b) della perdita di energia ΔE nel muro di scintillatori in funzione della velocità, si considera la linea dei frammenti con $Z = 2$ (particelle α). Tale curva è caratterizzata da un punto che la suddivide in due rami, corrispondenti rispettivamente alle particelle che sono arrestate nello scintillatore (linea a pendenza positiva) ed alle particelle che lo attraversano (linea a pendenza negativa). L'apice della

curva corrisponde quindi alle particelle che hanno energia cinetica appena sufficiente per attraversare lo scintillatore. Poiché lo spessore del rivelatore è conosciuto con precisione, è possibile calcolare esattamente la perdita di energia di queste particelle, pari all'energia cinetica, e quindi la loro velocità. In tal modo si ottiene un valore utile per tarare il tempo di volo in canali registrato nei TDC.

2.10.2 La calibrazione della Parabola

La funzione del rivelatore di aggregati è di fornire un segnale di perdita di energia ΔE, che, assieme alla velocità misurata con gli scintillatori, consente l'identificazione in numero atomico Z dei frammenti che lo attraversano. Non è quindi necessaria una calibrazione assoluta del segnale ΔE in MeV. I prodotti di reazione nel piano $(v, \Delta E)$ si dispongono secondo linee, ciascuna corrispondente a particelle di un dato numero atomico Z. Per una corretta identificazione in carica dei frammenti è necessario che sia possibile sovrapporre tutti gli spettri nel piano $(v, \Delta E)$ corrispondenti ai 128 anodi delle camere a ionizzazione. Prima dell'acquisizione dei dati, mediante un generatore di impulsi, sono stati regolati i guadagni di ciascun anodo. Questo non è tuttavia sufficiente e si deve procedere ad un aggiustamento più fine dei guadagni mediante analisi fuori linea. In tal senso si considerano gli spettri bidimensionali nel piano $(v, v\sqrt{\Delta E})$, in modo che le linee in Z siano parallele all'asse delle ascisse. I 128 spettri sono proiettati, uno ad uno, sull'asse delle ordinate $v\sqrt{\Delta E}$. Gli spettri $dN/d(v\sqrt{\Delta E})$ presentano dei picchi in corrispondenza ai diversi valori di Z. La procedura consiste, con molta pazienza, nel determinare un insieme di 128 costanti numeriche di taratura in modo tale che tutti i 128 spettri monodimensionali siano sovrapponibili. La fase successiva, di *linearizzazione*, consiste nel tracciare delle curve funzionali nel piano $(v, v\sqrt{\Delta E})$ delle particelle rivelate. Ciascun ramo, corrispondente ad un certo valore di Z, è interpolato mediante un'iperbole del tipo

$$v\sqrt{\Delta E} = \frac{a}{v} + b \quad . \tag{2.8}$$

Quindi ogni linea in Z è caratterizzata dai due parametri a e b. In figura 2.8 vi è un esempio per le particelle identificate con la Parabola all'energia di

100 MeV per nucleone. I valori dei parametri a e b vengono registrati in una banca dei dati, da cui sono richiamati successivamente durante la produzione di DST per attribuire a ciascuna particella il valore del numero atomico.

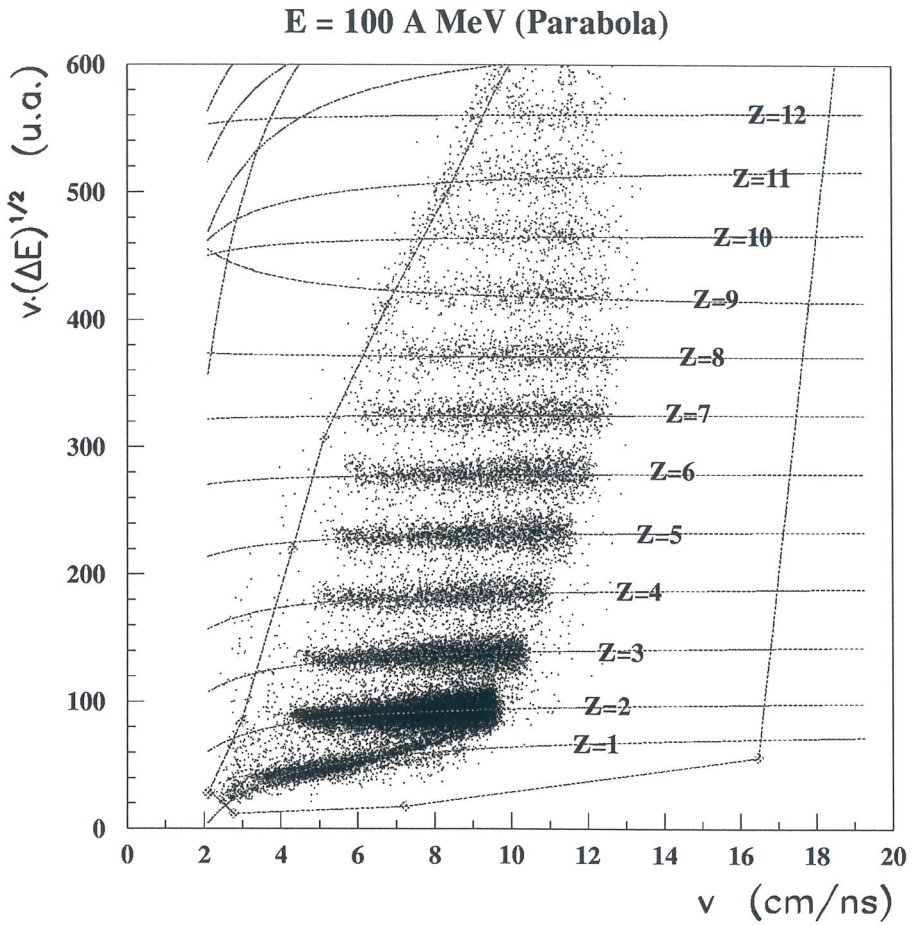


Figura 2.8: Distribuzione dei frammenti identificati con la Parabola a 100 MeV per nucleone. I prodotti di reazione si dispongono secondo linee nel piano $(v, v\sqrt{\Delta E})$, ciascuna corrispondente ad un valore di Z. Le curve tracciate rappresentano l'interpolazione dei rami con iperboli come descritto nel testo.

Le procedure di calibrazione e linearizzazione degli altri rivelatori per la determinazione del numero atomico Z sono tecnicamente diverse, anche se la filosofia di base è la medesima. Per quanto concerne gli scintillatori vi è il problema della deriva dei guadagni dei fotomoltiplicatori. La correzione

è effettuata durante la misura utilizzando la luce laser, prendendo in considerazione che anch'essa subisce deriva. Anche nel caso degli scintillatori le linee in Z nel piano $(v, \Delta E)$ vengono interpolate mediante curve. I metodi sono descritti nella tesi di T. Wienold [Wie 93b] per quanto riguarda il muro di plastica ed in quella di R. Tezkratt [Tez 92] relativamente al Rosone.

2.11 Accettanza del rivelatore

Lo studio dell'accettanza del rivelatore FOPI deve prendere in considerazione:

- le soglie di rivelazione,
- i limiti geometrici dovuti alle dimensioni dei rivelatori.

Nella figura 2.9 vi è un esempio di proiezione della sezione d'urto invariante nel piano dell'impulso trasverso per nucleone p_T/A (normalizzato all'impulso per nucleone del proiettile nel CM) e della rapidità [1] nel CM y^{CM} (normalizzata alla rapidità del proiettile valutata nel CM). Le linee continue rappresentano i limiti angolari di 1.2^0 e 30^0. La linea a 7^0 separa muro interno da muro esterno. Vi sono inoltre due zone non sensibili, dovute al supporto della Parabola, di larghezza circa 1.5^0 che iniziano rispettivamente a 7^0 e a 19^0. Nella figura 2.9 sono disegnate anche le soglie energetiche di rivelazione (tabella 2.1) corrispondenti ai diversi valori del numero atomico Z. I valori corrispondenti a muro interno e Rosone sono di un fattore 1.8 più grandi di quelli in tabella. In generale si può osservare che la presenza del rivelatore di aggregati abbassa notevolmente le soglie dovute al muro di scintillatori. Le

[1] Si ricorda che la rapidità è definita come

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \beta_{||}}{1 - \beta_{||}} \quad , \tag{2.9}$$

ove $\beta_{||}$ è la velocità longitudinale in unità di c. Questa quantità trasforma per trasformazioni di Lorentz come la velocità per trasformazioni di Galilei, per cui la rapidità di una particella nel CM è legata alla rapidità nel LAB dalla relazione $y^{cm} = y^{lab} - y_{CM}$ (y_{CM} è la rapidità di trascinamento *del* CM nel sistema del laboratorio). Per una collisione simmetrica, come Au su Au, si ha che $y_{CM} = 0.5\, y^{lab}_{proiettile}$. L'emisfero in avanti nel sistema del CM è allora definito, alternativamente, dalle condizioni $y^{lab} \geq 0.5 y^{lab}_{proiettile}$ o $y^{cm} \geq 0$.

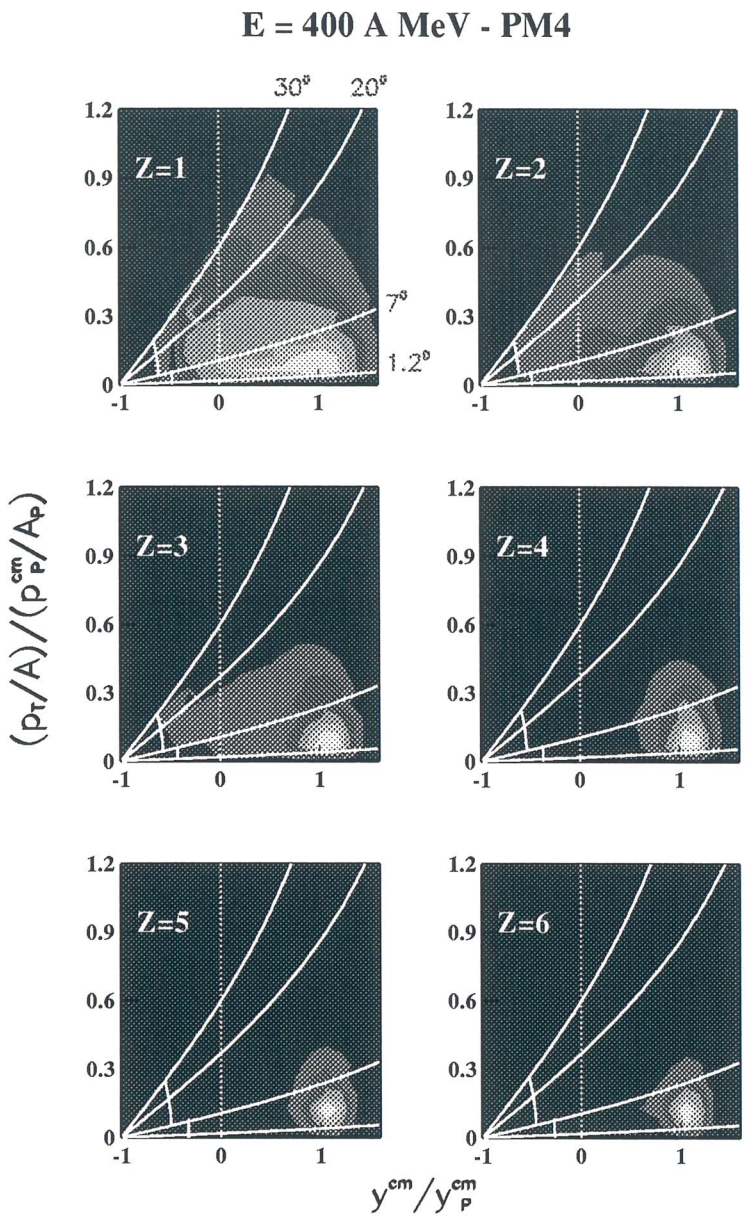


Figura 2.9: Distribuzioni invarianti delle particelle nel piano dell'impulso trasverso per nucleone (normalizzato all'impulso per nucleone del proiettile nel CM) e della rapidità nel CM (normalizzata alla rapidità del proiettile nel CM) all'energia di $400A$ MeV. Le curve di livello corrispondono a tagli equispaziati secondo una scala lineare della sezione d'urto invariante. Le linee continue rappresentano i limiti geometrici del rivelatore e le soglie di rivelazione delle particelle come descritto nel testo. La linea verticale tratteggiata separa l'emisfero anteriore (a destra) da quello posteriore (a sinistra) nel sistema del CM. PM4 corrisponde ad una selezione di collisioni semicentrali ed è definito nel prossimo capitolo.

Z	1	2	3	4	5	6	9	12
muro esterno								
soglie (MeV/u)	23	47	60	70	80	91	111	134
muro esterno + Parabola								
soglie (MeV/u)	14.5	14.5	17	20	24	28	33	40

Tabella 2.1: Valore medio delle soglie inferiori di rivelazione di muro esterno e Parabola in funzione del numero atomico delle particelle identificate.

soglie di rivelazione sono state calcolate con un codice [Sch 91b] basato sulla formula di Bethe-Bloch con le correzioni agli ordini superiori, tenendo esplicitamente in considerazione fattori quali lo spessore del bersaglio, la presenza di aria e la sacca riempita di He.

Lo spettrometro FOPI copre una frazione notevole dell'emisfero in avanti del sistema del centro di massa. I limiti geometrici comportano dei tagli alle distribuzioni sperimentali che sono importanti soprattutto per i frammenti leggeri ($Z = 1, 2$), ma meno per i frammenti di massa intermedia ($Z \geq 3$). Dall'analisi delle distribuzioni per le diverse energie di bombardamento, si trova inoltre che gli effetti dell'accettanza sono severi soprattutto all'energia di $150A$ MeV e divengono via via meno rilevanti all'aumentare dell'energia di bombardamento, per cui a 600 e $800A$ MeV il rivelatore copre anche una piccola frazione dell'emisfero posteriore del sistema del centro di massa. Per quanto concerne i risultati riportati in questa tesi vi sono due effetti non trascurabili.

1. I frammenti pesanti spettatori con $Z \gtrsim 6$ non sono ben identificati dal Rosone. Questo può influenzare leggermente per l'intervallo di molteplicità, definito nel prossimo capitolo, PM3 (ma non per PM4 e PM5) la determinazione di variabili globali quali l'angolo di flusso (capitolo 5), ma non l'analisi in impulso trasverso (capitolo 6) e del flusso perpendicolare al piano di reazione (capitolo 7) che si limitano a frammenti con numero atomico $Z \leq 6$.

2. Nelle misure senza Parabola a 600 e 800A MeV vi sono dei problemi, alla cui risoluzione si sta attualmente lavorando [Sod 94], di colpi doppi sul muro di scintillatori. Questo effetto potrebbe portare a delle correzioni delle grandezze misurate.

Capitolo 3

I criteri di centralità

Ad energie intermedie se la collisione avviene con parametro di impatto non nullo, ma neppure troppo grande (collisione semicentrale), i nuclei si sovrappongono parzialmente formando una zona centrale detta *partecipante* calda e densa caratterizzata da molte collisioni nucleone-nucleone, che in seguito si disintegra in molti frammenti. I residui non sovrapposti di proiettile e bersaglio, invece, interagiscono poco e fanno da *spettatori* quasi ininfluenti, a parte il rispetto delle leggi di conservazione: essi originano quindi pochi frammenti più pesanti. Diminuendo il parametro di impatto della collisione, la zona partecipante comprende una frazione via via crescente del sistema totale. È chiaro quindi che esiste una correlazione tra parametro d'urto e numero di frammenti prodotti: a piccoli parametri di impatto corrispondono grandi molteplicità di particelle.

Nel nostro esperimento, come criterio della centralità della collisione, abbiamo utilizzato la molteplicità PMUL di particelle cariche identificate con il sistema muro esterno-Parabola, ossia ad angoli tra 7^0 e 30^0 nel laboratorio. In figura 3.1 è presentata la distribuzione della molteplicità PMUL di particelle cariche per l'energia di bombardamento di $250A$ MeV e 'trigger' 'minimum bias'. In ordinata la sezione d'urto è ottenuta moltiplicando il numero di eventi corrispondenti ad un certo 'trigger' per il fattore

$$f = \frac{\delta}{N_P(N_B/S)} \quad , \tag{3.1}$$

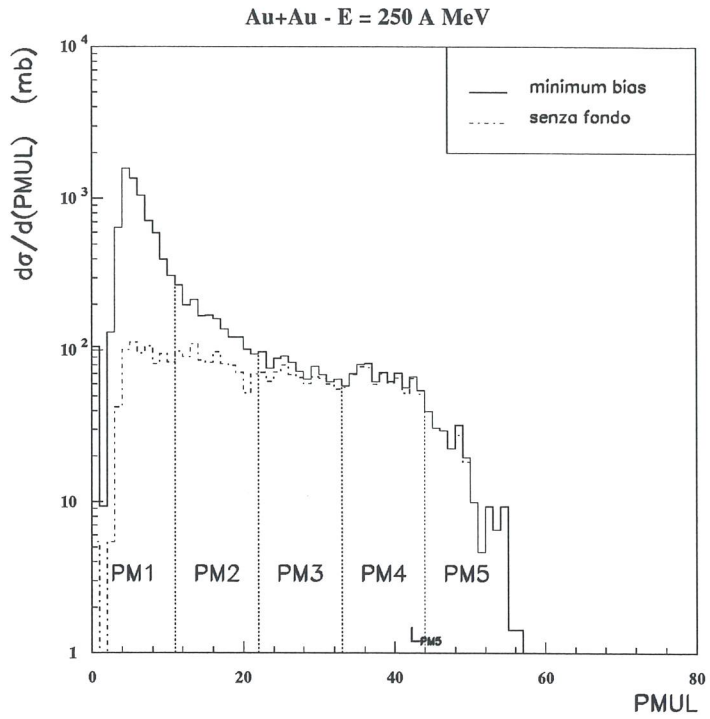


Figura 3.1: Distribuzione della molteplicità PMUL di particelle cariche misurate tra 1^0 e 30^0 nel LAB all'energia di $250A$ MeV.

ove N_P è il numero di proiettili, N_B/S il numero di centri diffusori del bersaglio per unità di superficie e δ una correzione per i fattori di riduzione applicati nella scrittura degli eventi [Sod 92]. Si può osservare che la distribuzione presenta un altopiano e poi decresce velocemente per grandi molteplicità. Vengono determinati cinque intervalli di molteplicità nel modo seguente [Ala 92]:

1. si individua il punto L_{PM5} corrispondente al valore di PMUL per cui $d\sigma/d(\mathrm{PMUL})$ risulta dimezzata rispetto al valore assunto sull'altopiano; gli eventi corripondenti a PMUL$\geq L_{\mathrm{PM5}}$ costituiscono l'intervallo PM5.

2. I valori per cui PMUL$< L_{\mathrm{PM5}}$ vengono suddivisi in quattro intervalli di uguale ampiezza (PM1, PM2, PM3, PM4).

Gli eventi acquisiti con i 'trigger' CE e CEBB ('eventi centrali') corrispondono agli intervalli PM3, PM4 e PM5 e sono oggetto di interesse in questa tesi.

Analizzando eventi in cui non vi era il bersaglio (e quindi veniva misurato il fondo) si è potuto constatare che PM4 e PM5 sono praticamente privi di fondo, entro PM3 circa il 10% di eventi sono dovuti al rumore, mentre in PM1 e PM2 il fondo diviene importante. La sua sottrazione è avvenuta in un primo tempo confrontando le distribuzioni del numero atomico totale rivelato Z_{tot} corrispondenti rispettivamente a misure con e senza bersaglio. Gli eventi di fondo sono caratterizzati da valori piccoli di Z_{tot}, contrariamente alle reazioni di Au su Au. In tal modo era possibile applicare dei tagli su Z_{tot} per rimuoverlo. Successivamente, quando è stata effettuata la calibrazione del contatore di reazione [Wie 93a], è stato invece possibile rimuovere il fondo richiedendo segnale di assenso dal contatore di reazione e assenza di segnale da HALO 2. Dal confronto delle distribuzioni di varie grandezze fisiche è stato constatato che le due tecniche di sottrazione del fondo danno risultati equivalenti. In alcune misure a 600 e 800 A MeV senza la Parabola vi è inoltre il problema del fondo dovuto ai δ-elettroni che vengono sottratti accettando soltanto le particelle con $Z > 0.85$ [Wie 93b].

In tabella 3.1 sono riportati i valori di L_{PM5} ottenuti alle varie energie di bombardamento.

E/A (MeV)	150	250	400	600	800
L_{PM5}	36	44	53	62	70

Tabella 3.1: Estremo inferiore dell'intervallo PM5 per le varie energie di bombardamento.

Utilizzando eventi generati mediante il modello QMD nella versione di J. Aichelin (vedere la sezione 3.1), per i quali è noto il parametro di impatto b, è possibile stimare a quali valori dei parametri di impatto corrispondono gli intervalli di molteplicità PMUL definiti sopra. Nella tabella 3.2 sono riportati il valore medio di b e lo scarto quadratico medio della sua distribuzione ottenuti per i vari intervalli di molteplicità. In figura 3.2 vi è la distribuzione

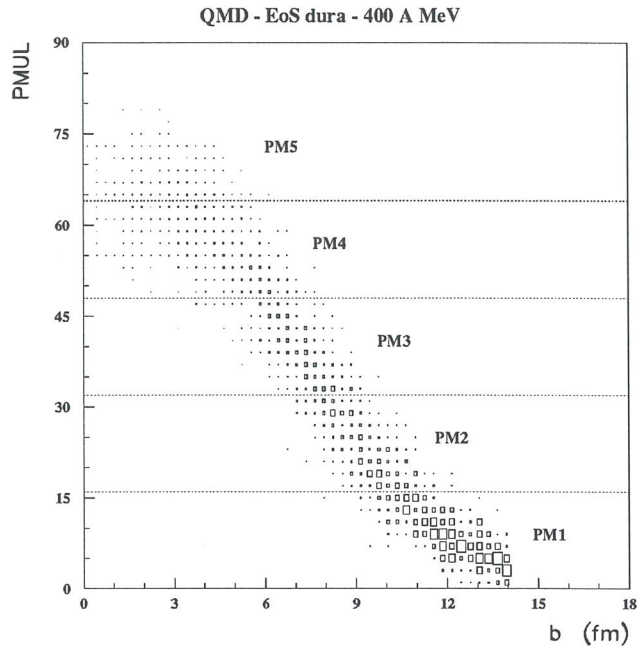


Figura 3.2: Correlazione tra parametro di impatto e molteplicità PMUL di particelle cariche per eventi di QMD (versione di J. Aichelin). Le dimensioni dei simboli sono proporzionali al numero di eventi.

la curva corrispondente allo stesso campione di eventi nell'ipotesi che l'angolo azimutale φ di emissione sia distribuito casualmente. Dall'analisi di tale distribuzione si può inferire che un buon criterio per la selezione di eventi centrali corrisponde alla scelta degli eventi nell'intervallo PM5 tali che $D \leq 0.2$ (criterio noto come PM5D1 [Ala 92]).

Nell'analisi del flusso collettivo presentata in questa tesi verranno considerati solo gli eventi semicentrali, per cui è possibile definire un piano di reazione, corrispondenti agli intervalli PM3, PM4 e PM5. Non verrà fatto uso, se non raramente del criterio PM5D1.

3.1 Simulazioni

In generale le quantità fisiche misurate sono la convoluzione delle grandezze fisiche con la risposta del rivelatore, caratterizzato da accettanza finita. Nel

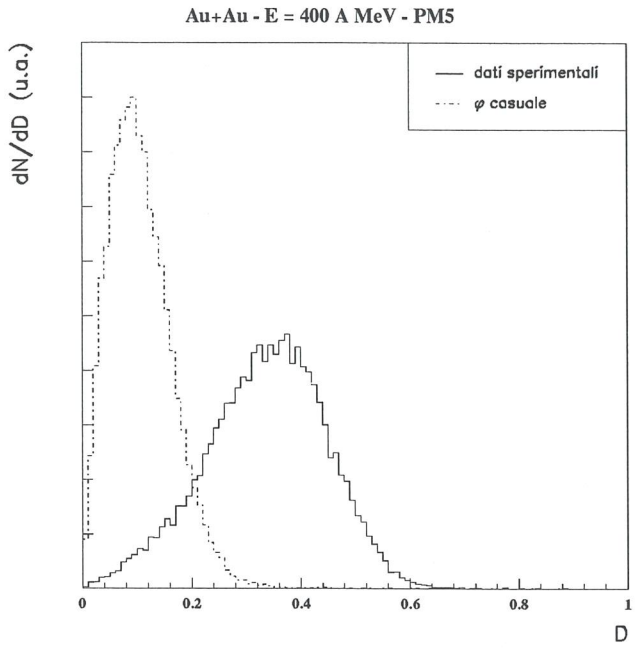


Figura 3.3: Spettro della direttività per eventi nell'intervallo PM5 (linea continua) all'energia di bombardamento di $400A$ MeV. La linea tratteggiata corrisponde ad un'assegnazione casuale dell'angolo azimutale di emissione alle particelle relative al medesimo campione di eventi.

corso di questa tesi verranno presentati alcuni risultati di simulazioni eseguite con intento duplice:

- valutare l'effetto dei tagli apportati dal rivelatore sulle distribuzioni delle quantità fisiche misurate;
- confrontare, quando possibile, le predizioni teoriche con i risultati sperimentali.

Si sono utilizzati eventi Monte Carlo generati secondo i modelli QMD e IQMD, che al momento sono i più realistici sul mercato. Tali eventi vengono quindi fatti passare attraverso il *filtro sperimentale*, che è un programma in FORTRAN che simula l'accettanza del rivelatore (la sua forma geometrica, i diversi moduli di cui è composto, le soglie di rivelazione) [Höl 93]. Gli eventi di QMD sono stati generati da due diversi codici. Il primo [Aic 91] è stato

concesso da J. Aichelin alla Collaborazione FOPI che ha potuto produrre direttamente eventi relativi a varie energie di bombardamento, ad equazioni di stato diverse, includendo o meno la dipendenza del potenziale di interazione dall'impulso. Il codice di Aichelin predice la massa dei frammenti prodotti nella reazione, ma non la loro carica, per cui nella successiva analisi il numero atomico è stato ottenuto con l'ipotesi $Z = A/2$. Il secondo codice appartiene a G. Peilert [Pei 92], che ha gentilmente concesso al gruppo di lavoro di Strasburgo degli eventi relativi ad un'EoS rigida alle energie di bombardamento di 150 e 400 A MeV. Con questo codice è possibile seguire la storia dei nucleoni sia in massa che in isospin, per cui sono noti sia A che Z. Inoltre è stato introdotto il potenziale di Pauli che simula l'effetto del principio di Pauli nello stato fondamentale dei nuclei. È stato possibile utilizzare anche eventi generati secondo il modello IQMD di S.A. Bass e C. Hartnack [Har 93a]. Il modello IQMD è un'estensione del modello QMD, per cui la dinamica delle collisioni nucleo-nucleo è descritta nella sua complessità considerando, oltre all'isospin delle particelle, anche la produzione di pioni attraverso la formazione e il decadimento di risonanze Δ. In particolare, durante l'evoluzione della reazione globale sono esplicitamente trattati i seguenti canali inelastici: $NN \rightarrow \Delta N$, $\Delta \rightarrow N\pi$, $\Delta N \rightarrow NN$, $N\pi \rightarrow \Delta$. Fra una reazione inelastica e l'altra, i pioni vengono fatti propagare lungo traiettorie curve sotto l'azione delle forze coulombiane.

Pur essendo noto il parametro di impatto b, gli eventi generati con questi codici sono stati suddivisi in classi mediante la definizione di intervalli di molteplicità PMUL, i cui estremi sono stati determinati con la stessa procedura utilizzata nell'esperimento. In tal modo il confronto tra teoria ed esperimento è più significativo.

Capitolo 4

Produzione di frammenti

Nel dominio delle basse energie in seguito all'urto centrale di due ioni pesanti si forma un nucleo composto caldo (reazioni di fusione). Ad energie di bombardamento molto elevate (superiori ad 1 Gev per nucleone) un urto centrale comporta la disintegrazione dei nuclei che collidono in nucleoni, frammenti leggeri, ed eventualmente mesoni. Nel dominio delle energie intermedie (tra qualche decina e qualche centinaio di MeV per nucleone), oltre ai nucleoni ed ai frammenti leggeri, si osserva la produzione di aggregati nucleari massicci con $Z \geq 3$ (frammenti di massa intermedia). Essi sono particolarmente interessanti perché si pensa che siano vettori di informazioni sull'eventuale realizzazione, durante la reazione, di una transizione di fase dalla materia nucleare liquida ad una fase di vapore. Il punto critico di questa transizione sarebbe caratterizzato da densità $\rho_c \approx 0.3\rho_0$ e temperatura $T_c \approx 20$ MeV [Cug 84]. Dal punto di vista della dinamica della reazione si pensa che il sistema nucleare caldo e denso formato nei primi istanti della collisione si espanda fino ad entrare nella regione spinodale meccanicamente instabile (figura 1.2) rompendosi quindi in più pezzi. L'osservazione che le distribuzioni inclusive di massa in reazioni indotte da protoni su nuclei seguivano, come previsto teoricamente [Fis 67], una legge di potenza del tipo $A^{-\tau}$ (con τ esponente critico) [Fin 82] era stata inizialmente considerata una firma caratteristica dell'avvenuta transizione di fase. Tuttavia secondo i teorici di Francoforte [Aic 88] tale tendenza sperimentale sarebbe accidentale e

dovuta al mescolamento di dati corrispondenti a parametri di impatto differenti. Questa accidentalità è stata in effetti osservata nel nostro esperimento (figura 4.1), in cui la distribuzione dM/dZ del numero medio per evento di frammenti prodotti con numero atomico Z segue una legge di potenza del tipo $Z^{-\alpha}$ (α parametro) per collisioni semicentrali (PM3), mentre cade esponenzialmente come $e^{-\beta Z}$ (β parametro) per gli eventi più centrali (PM5D1). Al momento dunque è necessario che i teorici suggeriscano nuove osservabili da investigare per potere evidenziare la realizzazione della transizione di fase liquido-vapore. Per ulteriori approfondimenti sull'argomento si rimanda a quanto pubblicato da C. Kuhn *et al.* [Kuh 93].

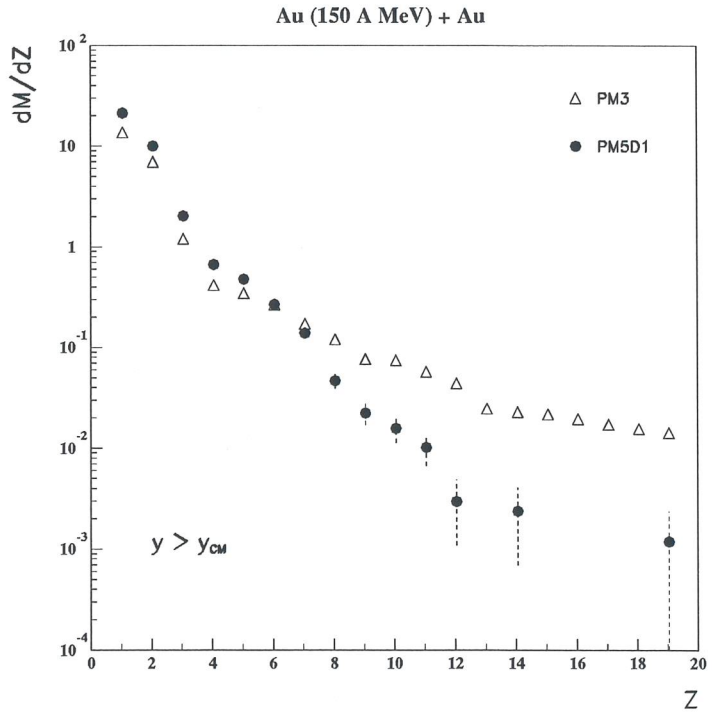


Figura 4.1: Distribuzione della molteplicità dM/dZ dei frammenti carichi prodotti nella direzione in avanti nel sistema del CM, per eventi semicentrali (PM3) e centrali (PM5D1) all'energia di bombardamento di 150 A MeV.

La produzione di frammenti di massa intermedia (IMF) è inoltre molto

importante poiché si pensa che la multiframmentazione non sia dovuta soltanto alle fluttuazioni statistiche nella regione spinodale, ma anche a processi dinamici indotti dal flusso collettivo che accrescono ulteriormente la probabilità di frammentazione. Vi sarebbe dunque una forte correlazione tra

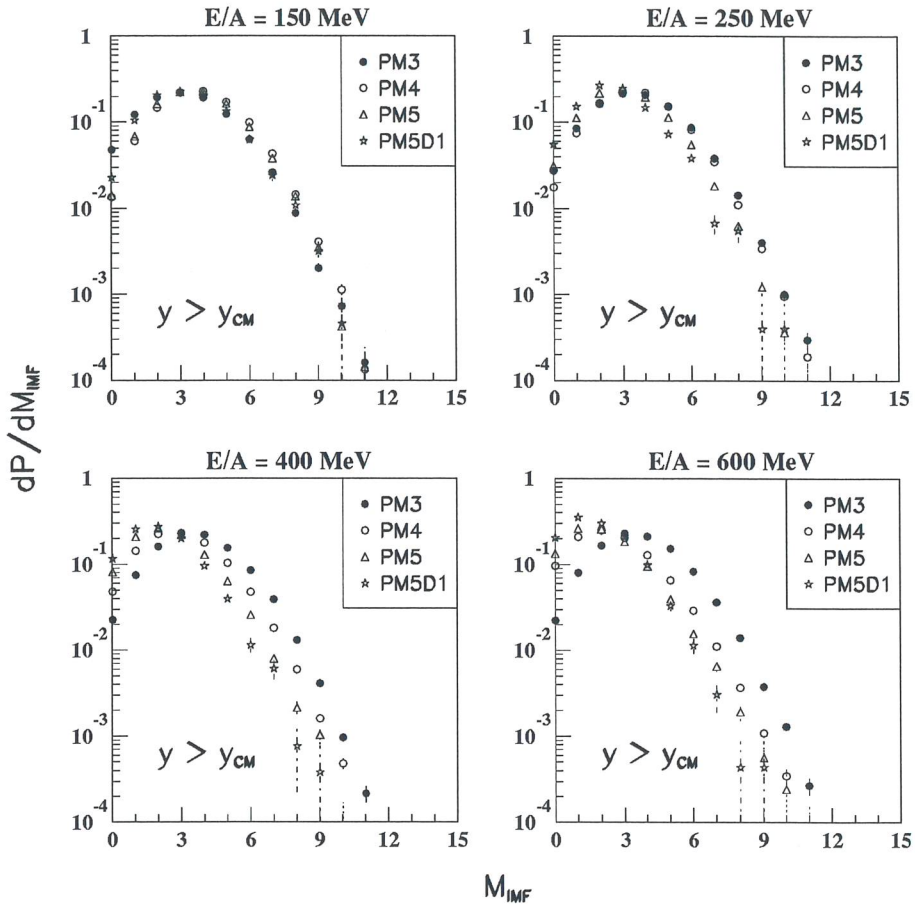


Figura 4.2: Dipendenza della molteplicità di IMF prodotti dalla centralità della reazione e dall'energia di bombardamento.

produzione di frammenti di massa intermedia e flusso: questo è il motivo per cui nel presente lavoro essi sono utilizzati come sonda privilegiata degli effetti di flusso collettivo. In figura 4.2 è riportata la probabilità P che in un evento vengano prodotti M_{IMF} frammenti di massa intermedia, cioè con $Z \geq 3$, nell'emisfero in avanti del sistema di riferimento del centro di massa.

$E/A = 150$ MeV	$< M_{IMF} > -\sigma_{M_{IMF}}$	$< \frac{Z_{IMF}}{Z_{tot}} > -\sigma_{\frac{Z_{IMF}}{Z_{tot}}}$	$< Z_{tot} > -\sigma_{Z_{tot}}$
PM3	3.223 – 1.753	0.40 – 0.17	49.6 – 11.1
PM4	3.845 – 1.695	0.34 – 0.13	52.3 – 9.1
PM5	3.725 – 1.679	0.27 – 0.11	55.3 – 8.3
PM5D1	3.352 – 1.674	0.25 – 0.11	52.4 – 7.9
$E/A = 250$ MeV			
PM3	3.629 – 1.778	0.35 – 0.14	56.0 – 11.7
PM4	3.641 – 1.682	0.26 – 0.11	58.9 – 8.9
PM5	3.175 – 1.606	0.19 – 0.09	61.3 – 7.8
PM5D1	2.740 – 1.539	0.17 – 0.09	57.7 – 7.5
$E/A = 400$ MeV			
PM3	3.671 – 1.731	0.28 – 0.12	64.3 – 10.8
PM4	2.999 – 1.664	0.17 – 0.09	64.9 – 9.1
PM5	2.470 – 1.539	0.12 – 0.07	68.2 – 8.2
PM5D1	2.113 – 1.424	0.11 – 0.07	65.0 – 7.5
$E/A = 600$ MeV			
PM3	3.630 – 1.739	0.23 – 0.11	70.0 – 10.1
PM4	2.470 – 1.629	0.12 – 0.08	69.0 – 9.0
PM5	2.087 – 1.498	0.09 – 0.06	73.0 – 8.3
PM5D1	1.853 – 1.388	0.08 – 0.06	70.4 – 7.6
$E/A = 800$ MeV			
PM3	3.331 – 1.764	0.19 – 0.10	73.0 – 9.9
PM4	2.252 – 1.623	0.10 – 0.07	73.9 – 9.2
PM5	2.095 – 1.587	0.08 – 0.06	81.1 – 11.7
PM5D1	1.840 – 1.566	0.07 – 0.06	81.2 – 15.1

Tabella 4.1: Valor medio e scarto quadratico medio delle distribuzioni della molteplicità M_{IMF} di IMF prodotti, del rapporto Z_{IMF}/Z_{tot} tra il numero atomico misurato sotto forma di IMF e numero atomico totale (frammenti leggeri e IMF) e del numero atomico totale misurato Z_{tot}. Le quantità si riferiscono all'emisfero in avanti del sistema del centro di massa.

In tabella 4.1 sono riportati il valor medio $< M_{IMF} >$ della molteplicità di IMF (il numero medio di IMF prodotti per evento nell'intero angolo solido 4π si può, in prima approssimazione, stimare come $2 < M_{IMF} >$, trattandosi Au+Au di una collisione simmetrica) ed il valor medio $< Z_{IMF}/Z_{tot} >$ della frazione di carica totale misurata sotto forma di aggregato nucleare ($Z \geq 3$) nell'emisfero in avanti del sistema del centro di massa. Al crescere della centralità della reazione il numero di IMF diminuisce; tuttavia essi sono presenti consistentemente anche per gli eventi più centrali (PM5D1). Aumentando l'energia di bombardamento le collisioni divengono sempre più violente per cui è più probabile una disintegrazione del sistema in frammenti leggeri ($Z = 1, 2$). Tuttavia è sorprendente che anche a 800 A MeV si possa osservare una frazione significativa di carica totale rivelata emessa sotto forma di aggregato nucleare.

La copiosità di frammenti di massa intermedia osservata a tutte le energie di bombardamento consente quindi l'esplorazione dettagliata del loro flusso collettivo.

Capitolo 5

L'angolo di flusso

Storicamente il flusso collettivo è stato scoperto evidenziando che in una collisione le particelle vengono emesse secondo una direzione preferenziale, caratterizzata da un angolo finito (*angolo di flusso*) rispetto all'asse del fascio [Gus 84]. La ricostruzione di tale direzione avviene mediante la tecnica del tensore di sfericità. Nel seguito si riporta questo tipo di analisi che, come si vedrà, ha molte limitazioni.

5.1 Il tensore di flusso

L'idea di studiare la forma globale dell'evento è stata introdotta in fisica delle particelle [Bjo 70, Bra 79] ed utilizzata successivamente anche nel campo della fisica degli ioni pesanti [Cug 82, Gyu 82]. Si costruisce evento per evento il tensore simmetrico di secondo rango (tensore di sfericità):

$$F_{ij} = \sum_{\nu=1}^{M} \omega(\nu)\, p_i^{cm}(\nu)\, p_j^{cm}(\nu) \quad i,j = x,y,z \ , \tag{5.1}$$

in cui $p_i^{cm}(\nu)$ è la componente cartesiana i dell'impulso, nel sistema del centro di massa, della particella ν appartenente all'evento di molteplicità M ed $\omega(\nu)$ è un peso. Scegliendo $\omega(\nu) = (2m(\nu))^{-1}$ (con $m(\nu)$ massa della particella ν), così che gli aggregati nucleari abbiano, alla stessa velocità, lo stesso peso per nucleone dei nucleoni individuali, F_{ij} è noto come tensore di flusso dell'energia cinetica o tensore di flusso cinetico. Il tensore descrive un'ellissoide nello spazio degli impulsi. Diagonalizzandolo se ne determinano gli autoversori

$\vec{e}_n$ e gli autovalori λ_n $(n = 1, 2, 3)$. La direzione degli autovettori fornisce l'orientazione spaziale degli assi principali dell'ellissoide, la lunghezza dei cui semiassi è la radice quadrata degli autovalori. Il metodo dunque approssima la forma globale dell'evento con un ellissoide. Si definisce **angolo di flusso** ϑ_F l'angolo formato dal versore $\hat{z}$ lungo l'asse z del fascio e dall'autoversore corrispondente al più grande degli autovalori (λ_3):

$$\vartheta_F = \arccos\left(\vec{e}_3 \cdot \hat{z}\right) \quad . \tag{5.2}$$

Se ϑ_F non è nullo, significa che esiste un piano di reazione (definito dall'asse z e dall' autoversore $\vec{e}_3$), in cui la materia nucleare scorre preferenzialmente, con moto ordinato collettivo, lungo la direzione individuata dall'angolo di flusso.

Idealmente il tensore di flusso dovrebbe essere costruito con tutte le particelle emesse nell'angolo solido 4π. Il rivelatore FOPI, tuttavia, copre principalmente l'emisfero in avanti nel sistema del CM, e rivela solo in minima parte le particelle i cui impulsi puntano nell'emisfero posteriore. Costruire il tensore di flusso soltanto con le particelle identificate, significherebbe allora non ricostruire appropriatamente l'ellissoide e quindi, in ultima istanza, l'angolo di flusso. Dietro suggerimento di H. Stöcker per ogni evento sono state considerate soltanto le particelle dirette nell'emisfero anteriore ed è stato costruito l'ellissoide con i loro impulsi $\vec{p}^{\,cm}$ e con i corrispondenti $-\vec{p}^{\,cm}$ riflessi rispetto all'origine dello spazio degli impulsi nel CM, che è un punto di simmetria per l'ellissoide. L'angolo di flusso ϑ_F è stato quindi determinato a partire da questo tensore costruito per riflessione.

5.2 Discussione dei risultati

È stato dimostrato [Dan 83] che la distribuzione di ϑ_F è affetta da fluttuazioni causate dal numero finito di particelle rivelate. Tali distorsioni dipendono dalla molteplicità M di particelle e sono importanti soprattutto per valori bassi di M. È però possibile correggerle pesando la distribuzione $dN/d\vartheta_F$ con un opportuno jacobiano $(\sin\vartheta_F)$. In figura 5.1 sono riportati i risultati ottenuti alle energie di bombardamento di 150, 400, 600 MeV per

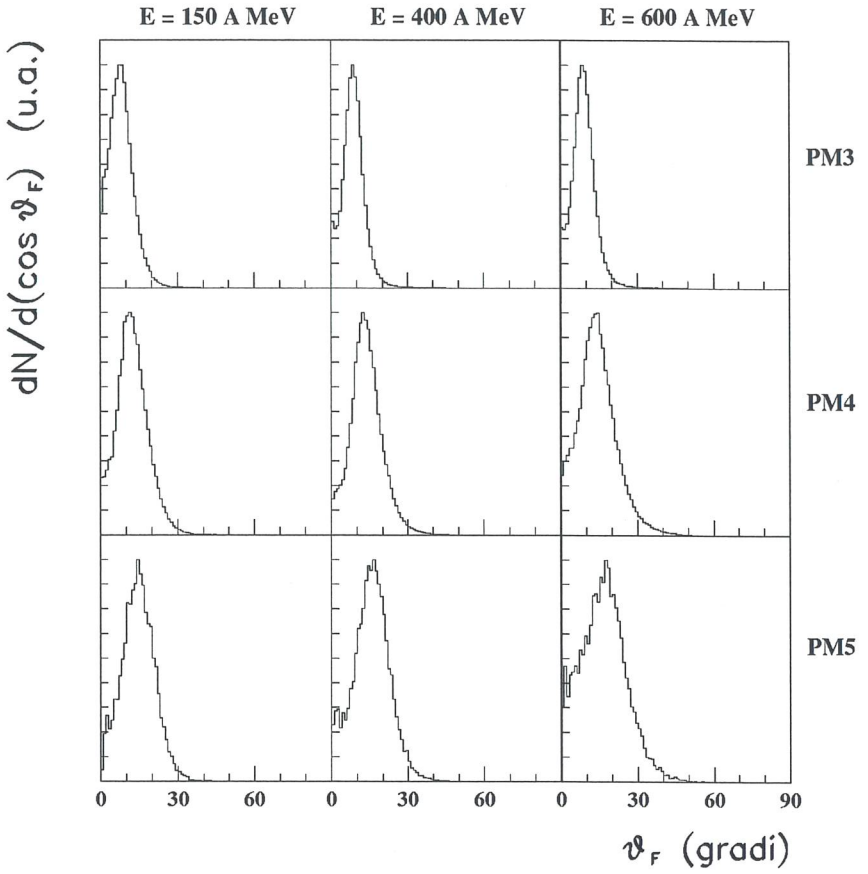


Figura 5.1: Evoluzione dell'angolo di flusso con l'energia di bombardamento e con la centralità della reazione.

nucleone. Si può osservare che le distribuzioni presentano un picco per angoli di flusso non nulli. Questa è stata storicamente la firma caratteristica del flusso collettivo [Gus 84]. L'angolo di flusso cresce con la centralità della reazione, mentre presenta una debole dipendenza dall'energia di bombardamento. Nella tabella 5.1 è riportato un confronto tra i valori sperimentali e quanto predetto dalle simulazioni con IQMD per un'EoS dura (H), soffice e dura con inclusione della dipendenza del potenziale di interazione dall'impulso (SM e HM). Tutte le equazioni di stato sembrano adattarsi ai risultati sperimentali. L'angolo di flusso, tuttavia, è una grandezza molto influenzata

	$< \vartheta_F >$ - σ_{ϑ_F}		
$E/A = 150$ MeV	PM3	PM4	PM5
dati	8.3 – 4.7	12.4 – 6.1	14.5 – 6.3
IQMD *con filtro sperimentale*			
EoS SM	4.0 – 2.8	8.6 – 4.3	9.1 – 4.8
EoS H	4.2 – 3.4	9.8 – 5.7	11.5 – 6.6
EoS HM	3.3 – 2.7	8.3 – 4.6	10.3 – 4.8
IQMD *senza filtro*			
EoS SM	4.1 – 3.0	12.0 – 5.8	14.9 – 6.6
EoS H	3.4 – 3.5	13.8 – 10.8	23.7 – 12.4
EoS HM	3.1 – 2.8	11.6 – 7.0	17.5 – 7.8
$E/A = 400$ MeV			
dati	8.8 – 4.4	13.7 – 6.2	15.5 – 7.1
IQMD *con filtro sperimentale*			
EoS SM	8.5 – 3.4	13.2 – 4.8	14.3 – 5.7
EoS H	7.5 – 4.1	13.8 – 6.6	16.8 – 6.1
EoS HM	9.5 – 3.4	14.6 – 5.7	13.7 – 8.2
IQMD *senza filtro*			
EoS SM	9.2 – 3.1	17.8 – 7.9	23.8 – 9.2
EoS H	8.6 – 4.0	21.9 – 12.2	29.7 – 11.7
EoS HM	9.8 – 3.6	21.0 – 10.3	26.7 – 10.4
$E/A = 600$ MeV			
dati	9.2 – 4.8	14.3 – 7.5	16.4 – 8.8
IQMD *con filtro sperimentale*			
EoS SM	8.1 – 4.0	12.4 – 5.8	12.1 – 7.5
EoS H	7.5 – 4.3	12.5 – 6.8	13.8 – 8.0
EoS HM	9.0 – 4.0	14.1 – 6.3	16.0 – 7.9
IQMD *senza filtro*			
EoS SM	9.4 – 2.9	18.5 – 7.8	25.3 – 9.8
EoS H	8.8 – 3.4	21.0 – 11.3	31.5 – 14.42
EoS HM	10.1 – 3.4	21.3 – 10.8	30.0 – 11.3

Tabella 5.1: Confronto dei valori dell'angolo di flusso ottenuti dal modello IQMD per varie equazioni di stato con i risultati sperimentali.

dall'accettanza del rivelatore (in particolare per le collisioni più centrali), come si deduce dal confronto tra i valori ottenuti filtrando le distribuzioni di IQMD attraverso l'accettanza del rivelatore ed i corrispettivi ottenuti senza il filtro sperimentale.

L'indagine del flusso collettivo basata su questo tipo di analisi è tuttavia estremamente limitata, poiché vengono sintetizzate tutte le informazioni delle particelle in un'unica variabile globale dell'evento (l'angolo di flusso), senza, per esempio, poter discriminare tra particelle con carica differente. Inoltre il flusso direzionale collettivo nel piano di reazione, come è stato evidenziato dalla Collaborazione Palla di Plastica, presenta due componenti: lo *spruzzo laterale* della regione densa e calda partecipante e la deflessione laterale della materia nucleare fredda spettatrice (cioè l'effetto detto *rimbalzo*). L'ellissoide viene costruito con tutti gli impulsi e non è possibile separare nettamente i due effetti nello spazio degli impulsi. Questo è un altro motivo per cui l'analisi mediante il tensore di sfericità è poco efficace.

In un recente articolo dei teorici di Francoforte [Sch 93] è stato studiato il comportamento dell'angolo di flusso mediante il modello idrodinamico. Gli autori sostengono che l'angolo di flusso non dipende né dall'energia di bombardamento, né dal tipo di EoS utilizzata, né dalla viscosità, ma soltanto dal parametro di impatto (in qualitativo accordo con quanto osservato sperimentalmente): ne risulta che l'angolo di flusso sarebbe semplicemente una pura quantità geometrica e non porterebbe informazioni sulla dinamica della reazione. Anche per questo è preferibile investigare gli effetti di flusso collettivo mediante altre tecniche.

Capitolo 6

Lo spruzzo laterale

Tema centrale di questo capitolo è la descrizione del flusso diretto nel piano di reazione con il metodo dell'analisi in quantità di moto trasversa introdotto nel 1985 da Danielewicz e Odyniec [Dan 85, Dan 88] per superare le difficoltà intrinseche all'analisi degli angoli di flusso.

6.1 L'analisi in impulso trasverso

Il piano di reazione è definito per collisioni non centrali, e quindi con parametri di impatto non nulli, come il piano che contiene l'impulso del proiettile e la retta passante per i centri del proiettile e del bersaglio [Cse 91]. I nuclei, mentre si avvicinano prima della collisione, obbediscono ad una simmetria per riflessione rispetto a tale piano. Sebbene, come conseguenza della collisione, la struttura dei nuclei venga completamente distrutta, la simmetria presente negli istanti iniziali dovrebbe preservarsi durante il corso della reazione. Quindi i frammenti nucleari prodotti nello stato finale devono in qualche modo conservare un ricordo del piano di reazione. La distribuzione in impulso dei nucleoni entro i nuclei nello stato iniziale è isotropa nel piano trasverso (rispetto alla direzione del fascio incidente), mentre la distribuzione spaziale di materia è anisotropa, poiché il parametro di impatto è non nullo. In seguito alla collisione la distribuzione in impulso dovrebbe evolvere anch'essa verso l'anisotropia, sempre però rispettando la proprietà di simmetria

dovuta all'esistenza del piano di reazione. L'idea è dunque di ricavare informazioni sul piano di reazione dalla distribuzione in impulso dei frammenti nello stato finale. Si utilizzano in particolare gli impulsi trasversi, definiti come le componenti degli impulsi perpendicolari alla direzione di incidenza del fascio.

Si costruisce per ogni evento il vettore

$$\vec{Q} = \sum_{\nu=1}^{M} \omega_\nu \vec{p}_\nu^{\perp} \tag{6.1}$$

con le quantità di moto trasverse $\vec{p}_\nu^{\perp}$ di tutte le M particelle rivelate nell'evento (ν è un indice di particella). Il peso ω_ν è definito non nullo solo per i frammenti nucleari con numero barionico nel seguente modo:

$$\omega_\nu = \begin{cases} 1 & \text{se } y_\nu > y_{CM} + \delta \\ -1 & \text{se } y_\nu < y_{CM} - \delta \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} , \tag{6.2}$$

ove y_ν è la rapidità nel laboratorio della ν-esima particella dell'evento di molteplicità M, y_{CM} è la rapidità del centro di massa nel laboratorio (cioè la rapidità del moto di trascinamento), δ è un taglio introdotto per rimuovere le particelle nella regione della rapidità intermedia (cioè con rapidità prossime alla rapidità del centro di massa). Si è scelto $\delta = 0.5\, y_{CM}$.

La direzione del vettore $\vec{Q}$ fornisce una ricostruzione dell'orientazione del piano di reazione. Il metodo si propone dunque di ricavare il piano di reazione sfruttando essenzialmente i momenti lineari trasversi degli spettatori (caratterizzati da valori della rapidità prossimi alla rapidità del proiettile o del bersaglio), ossia di quei frammenti che, in quanto provenienti da quella parte del sistema che ha subito un numero relativemente basso di collisioni nucleone-nucleone (non avendo partecipato direttamente alla reazione), conservano meglio memoria dello stato iniziale e quindi del piano di reazione. Nelle intenzioni degli autori il taglio δ era spiegato come la rimozione di quelle particelle scarsamente correlate con il piano di reazione: nel 1985 infatti non era ancora stata scoperta l'emissione preferenziale di materia perpendicolarmente al piano di reazione (lo *schizzo esterno*) tipica soprattutto della regione della rapidità intermedia. Quindi, a posteriori, si può capire che il taglio δ è molto più importante di quello che gli autori ritenevano originariamente.

Il vettore $\vec{Q}$ definisce un nuovo asse x' perpendicolare all'asse z del fascio incidente, e quindi il piano $x'z$ è il piano di reazione ricostruito. La proiezione dell'impulso trasverso della particella ν sul piano di reazione è:

$$p_\nu^{x'} = \vec{p}_\nu^{\perp} \cdot \frac{\vec{Q}}{Q} \quad . \tag{6.3}$$

Così facendo si introducono però delle correlazioni della particella con se stessa [Dan 85], poiché si fa il prodotto scalare tra una quantità relativa alla particella ($\vec{p}_\nu^{\perp}$) ed un costrutto matematico ($\vec{Q}$) che contiene informazioni provenienti dalla medesima particella. Per rimuovere tali autocorrelazioni, per ogni particella ν di un dato evento di molteplicità M si costruisce un vettore $\vec{Q}_\nu$ con gli impulsi trasversi di tutte le altre particelle dell'evento considerato:

$$\vec{Q}_\nu = \sum_{\mu \neq \nu} \omega_\mu \vec{p}_\mu^{\perp} \quad , \tag{6.4}$$

per cui

$$p_\nu^{x'} = \vec{p}_\nu^{\perp} \cdot \frac{\vec{Q}_\nu}{Q_\nu} \quad , \tag{6.5}$$

Il metodo fornisce tuttavia soltanto una ricostruzione approssimativa del *vero* piano di reazione. Il numero finito di particelle utilizzate nella costruzione del vettore $\vec{Q}$ si riflette infatti in fluttuazioni dell'orientazione del piano di reazione ricostruito attorno all'orientazione del piano di reazione vero. Se p^x è l'impulso trasverso proiettato sul vero piano di reazione e $p^{x'}$ è la proiezione sul piano ricostruito (si omettono gli indici ν per maggior chiarezza), si ha infatti:

$$p^x = p^{\perp} \cos\varphi \tag{6.6}$$

$$p^{x'} = p^{\perp} \cos(\varphi + \delta\varphi) \quad , \tag{6.7}$$

in cui φ è l'angolo azimutale rispetto al vero piano di reazione e $\delta\varphi$ è la deviazione angolare del piano ricostruito rispetto a quello vero. Dividendo membro a membro le relazioni 6.6 e 6.7:

$$\frac{p^{x'}}{p^x} = \frac{\cos(\varphi + \delta\varphi)}{\cos\varphi} = \cos\delta\varphi - \tan\varphi \sin\delta\varphi \quad . \tag{6.8}$$

Non è possibile correggere evento per evento l'indeterminazione sulla stima del piano di reazione. Lo si può però fare per i valori medi (intendendo la

media su tutti gli eventi). Infatti, poiché $p^{\perp}$ e φ sono scorrelati da $\delta\varphi$ e $< \sin\delta\varphi >= 0$, si ha che

$$< p^x >= \frac{< p^{x'} >}{< \cos\delta\varphi >} \quad . \tag{6.9}$$

Poiché $\delta\varphi$ non è noto, è necessario stimare il fattore correttivo $< \cos\delta\varphi >$. Tecnicamente si suddivide casualmente ciascun evento in due sottoeventi contenenti ciascuno circa la metà delle particelle dell'evento stesso. Per ogni evento si costruiscono quindi i vettori $\vec{Q}_1$ e $\vec{Q}_2$ relativi ai due sottoeventi. Il fattore correttivo che si utilizza nella 6.9 è $< \cos(\Delta\varphi/2) >$, ove $\Delta\varphi$ è l'angolo relativo tra $\vec{Q}_1$ e $\vec{Q}_2$. L'origine del fattore $1/2$ è duplice: un fattore $1/\sqrt{2}$ deriva dal fatto che ciascun sottoevento contiene la metà delle particelle dell'evento, mentre un altro fattore $1/\sqrt{2}$ è originato dalla conversione della deviazione angolare tra i due vettori in una deviazione dal piano di reazione.

Come precedentemente spiegato, le particelle, in seguito alle forze laterali che agiscono durante la collisione, acquistano una componente di impulso trasverso. È possibile in questo modo analizzare il trasferimento di quantità di moto collettiva. Nella figura 6.1 vi è la distribuzione dei frammenti di numero atomico $Z = 3$ nell'intervallo PM5 a $400A$ MeV nel piano dell'impulso trasverso per nucleone proiettato sul piano di reazione risostruito e della rapidità normalizzata nel CM (definita come il rapporto tra la rapidità della particella nel CM e la rapidità del proiettile nel CM). Si può osservare distintamente:

- lo ***spruzzo laterale*** come trasferimento dell'impulso proprio della regione partecipante, ossia caratterizzata da valori della rapidità normalizzata attorno a 0 (poiché soggetta ad arresto durante la collisione);

- il ***rimbalzo*** per valori della rapidità normalizzata prossimi ad 1 (o -1), per cui gli spettatori sono deflessi lateralmente con velocità prossime alla velocità del proiettile o del bersaglio.

Il flusso collettivo viene studiato investigando la dipendenza della media dell'impulso trasverso per nucleone nel piano di reazione $< p^x/A >$ dalla rapidità normalizzata nel CM y^{cm}/y_P^{cm}. In tal modo è possibile correggere l'indeterminazione sulla stima del piano di reazione.

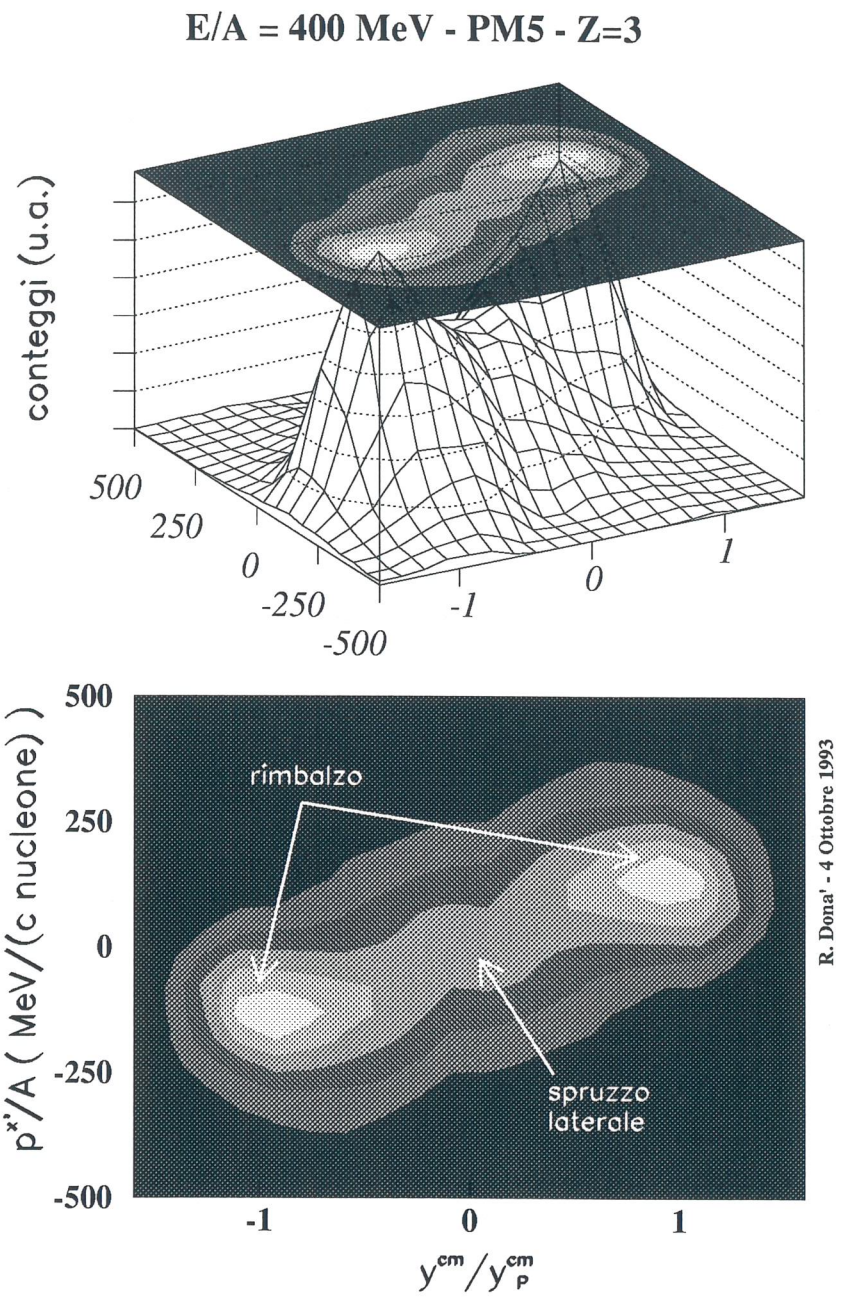


Figura 6.1: Distribuzione dei frammenti con $Z = 3$ prodotti all'energia di bombardamento di 400 A MeV nell'intervallo PM5, nel piano dell'impulso trasverso per nucleone nel piano di reazione $p^{x'}/A$ e della rapidità normalizzata nel CM y^{cm}/y_P^{cm}. Le curve di livello corrispondono a tagli equispaziati, secondo una scala lineare, del numero di conteggi. La figura è stata ottenuta riflettendo rispetto all'origine i valori per $y^{cm}/y_P^{cm} > 0$.

6.1.1 Accuratezza nella determinazione del piano di reazione

In questa sezione viene studiata l'indeterminazione nella stima del piano di reazione valutata come lo scarto quadratico medio $\sigma_{\Delta\varphi/2}$ della distribuzione in $\Delta\varphi/2$ (essendo, come visto, $\Delta\varphi/2 \approx \delta\phi$). Nella tabella 6.1 sono riportati i valori sperimentali ottenuti: l'accuratezza è relativamente buona per sistemi pesanti come Au+Au. La deviazione angolare tra i piani di reazione ricostruito e vero si mantiene infatti generalmente inferiore a 20^0.

	$\sigma_{\Delta\varphi/2}$ (^{0})		
E/A (MeV)	PM3	PM4	PM5
150	22	21	21
250	19	17	19
400	19	17	18
600	16	18	21
800	18	20	23

Tabella 6.1: Scarto quadratico medio $\sigma_{\Delta\varphi/2}$ sperimentale al variare di energia di bombardamento ed intervallo di molteplicità PMUL.

È interessante stimare mediante simulazione i contributi a questa indeterminazione:

- intrinsechi al metodo stesso,
- dovuti all'accettanza del rivelatore,
- conseguenti all'ipotesi $A = 2Z$ (poiché l'apparato sperimentale non consente la misura delle masse).

A tale scopo sono stati usati eventi generati mediante QMD nella versione di G. Peilert (che fornisce informazioni sull'isospin delle particelle). Nella tabella 6.2 vi è $\sigma_{\Delta\varphi/2}$ per gli eventi di QMD alle energie di bombardamento di 150 e 400 MeV per nucleone. Le cinque colonne corrispondono rispettivamente ai seguenti casi:

$E/A = 150$ MeV					
	$\sigma_{\Delta\varphi/2}$ (^{0})				
	col 1	col 2	col 3	col 4	col 5
PM3	8	13	20	20	19
PM4	9	11	17	17	19
PM5	9	16	18	19	20

$E/A = 400$ MeV					
	$\sigma_{\Delta\varphi/2}$ (^{0})				
	col 1	col 2	col 3	col 4	col 5
PM3	10	14	24	23	22
PM4	12	15	22	20	23
PM5	15	19	23	25	23

Tabella 6.2: Scarto quadratico medio $\sigma_{\Delta\varphi/2}$ simulato con QMD al variare dell'intervallo di molteplicità PMUL per le energie di bombardamento di 150 e $400A$ MeV. Le cinque colonne di valori corrispondono a casi differenti come illustrato nel testo.

1. eventi generati dal modello nell'angolo solido 4π in cui sono considerate tutte le particelle (inclusi i neutroni);

2. eventi nell'angolo solido 4π in cui sono considerati solo i frammenti carichi;

3. eventi filtrati attraverso l'accettanza del rivelatore;

4. eventi filtrati attraverso l'accettanza dell'apparato con l'ulteriore ipotesi che i frammenti siano identificati sia in carica che in massa;

5. eventi filtrati attraverso l'accettanza, considerando però soltanto i frammenti leggeri ($Z = 1, 2$).

Dal confronto delle colonne 1 e 2 si può osservare che l'esclusione dei neutroni (non identificati con il rivelatore FOPI) peggiora di qualche grado la ricostruzione del piano di reazione. Confrontando le colonne 2 e 3 si vede che l'apparato sperimentale ha una notevole influenza nella stima del piano di

reazione (i valori filtrati sono più grandi di quelli non filtrati di un fattore circa 1.5). Il fatto di non identificare i frammenti in massa non è molto rilevante (colonne 3 e 4). Anche l'identificazione dei frammenti di massa intermedia, cioè con $Z \geq 3$ non migliora apprezzabilmente la ricostruzione del piano di reazione (colonne 3 e 5).

6.1.2 L'ipotesi $A = 2Z$

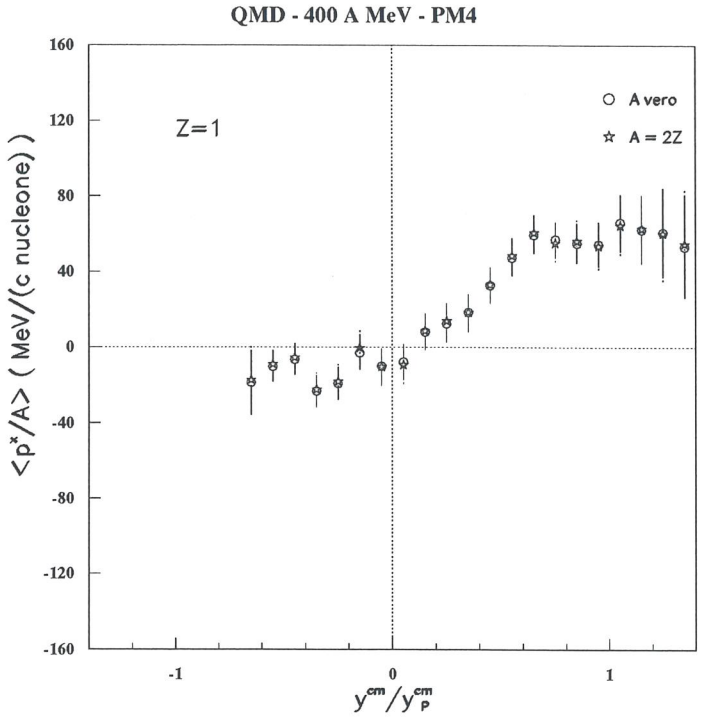


Figura 6.2: Conseguenze dell'ipotesi $A = 2Z$ sulla media dell'impulso trasverso per nucleone nel piano di reazione in funzione della rapidità nel CM normalizzata, per eventi di QMD (versione di G. Peilert) filtrati attraverso l'accettanza del rivelatore a 400 A MeV per l'intervallo PM4. I dati si riferiscono a particelle con $Z = 1$.

Come più volte detto il rivelatore FOPI di Fase I consente l'identificazione in carica (Z) e velocità dei prodotti di reazione, ma non consente di determinarne il numero di massa A. La metodologia che si è adottata è la seguente: assumere, quando necessario, $A = 2Z$ per i calcoli intermedi (molto approssimativo specialmente per $Z = 1$), ma poi presentare tutti i risultati finali in

termini di velocità o di funzioni di velocità (per esempio impulsi per nucleone p/A, energie per nucleone E/A, rapidità e così via). In generale si è verificato mediante simulazione il grado di affidabilità dei risultati presentati dovuto all'ipotesi di massa. Nella figura 6.2 è presentato, ad esempio, il valor medio della quantità di moto trasversa per nucleone delle particelle con $Z = 1$ in funzione della rapidità normalizzata nel CM per eventi di QMD (versione di G. Peilert) nell'intervallo PM4 all'energia di bombardamento di 400 A MeV, nel caso corrispondente alla situazione sperimentale e nell'ipotesi che si possa misurare anche la massa. Dal confronto si può concludere che i risultati che verranno presentati a partire dalla prossima sezione sono affidabili.

6.2 Presentazione dei risultati sperimentali

In questa sezione viene presentato in modo sistematico come l'impulso medio per nucleone nel piano di reazione $< p^x/A >$ in funzione della rapidità normalizzata nel CM y^{cm}/y_P^{cm} dipende dall' energia di bombardamento, dalla molteplicità PMUL e dal numero atomico Z dei frammenti identificati. Si

E/A (MeV)	PM3	PM4	PM5
150	171485	133211	39431
250	207304	194672	58593
400	420403	401015	72401
600	103368	111401	15616
800	16961	14948	2019

Tabella 6.3: Numero di eventi analizzati.

vuole precisare in questa sede che l'elevata statistica utilizzata (tabella 6.3) consente di analizzare il flusso collettivo laterale sia per frammenti leggeri (con $Z = 1, 2$), che per frammenti di massa intermedia fino a $Z = 6$, permettendo quindi, per la prima volta, di investigare accuratamente l'evoluzione degli effetti di flusso con le dimensioni della particella. Nelle figure successive, corrette mediante i fattori $< \cos(\Delta\varphi/2) >$ (tabella 6.4), gli errori sono

soltanto di natura statistica.

	$< \cos(\Delta\varphi/2) >$		
E/A (MeV)	PM3	PM4	PM5
150	0.8070 ± 0.0009	0.8410 ± 0.0008	0.8440 ± 0.0015
250	0.8685 ± 0.0005	0.8971 ± 0.0004	0.8849 ± 0.0008
400	0.8820 ± 0.0003	0.9073 ± 0.0002	0.8945 ± 0.0006
600	0.9091 ± 0.0005	0.8883 ± 0.0006	0.8551 ± 0.0018
800	0.8929 ± 0.0015	0.8657 ± 0.0020	0.8098 ± 0.0079

Tabella 6.4: Fattori correttivi del piano di reazione.

Nelle figure 6.3, 6.4, 6.5, 6.6 e 6.7 è presentata la sistematica completa dei risultati sperimentali. Per ragioni di sintesi grafica ai valori di $< p^x/A >$ è stata sommata una costante diversa a seconda del valore del numero atomico Z:

$$\text{cost}(Z) = \frac{h}{10}(Z-1) \quad , \tag{6.10}$$

ove h è il valore massimo dell'ordinata della figura (ad esempio per l'energia di bombardamento di $250A$ MeV e $Z = 3$ si ha cost(3)= $(210/10) \cdot 2 = 42$).

Nelle varie figure è evidente la tipica curva a forma di S [Dos 86] che indica il trasferimento di impulso tra emisfero posteriore ($y^{cm}/y_P^{cm} < 0$) e anteriore ($y^{cm}/y_P^{cm} > 0$) nel sistema del centro di massa. La crescita lineare di $< p^x/A >$ con la rapidità nella regione partecipante è associata con l'effetto dello *spruzzo laterale*, mentre l'andamento per grandi valori della rapidità è dovuto all' interferenza tra gli effetti dello *spruzzo laterale* e del *rimbalzo*, che non sono separabili in modo netto.

L'intensità del flusso collettivo è legata alla pendenza delle curve nell'origine: se vi è grande trasferimento di impulso in direzione trasversa ci si aspetta infatti una grande pendenza. In figura 6.8 sono evidenti delle caratteristiche riscontrate a tutte le energie di bombardamento:

- l'intensità del flusso aumenta con le dimensioni del frammento prodotto (già osservato dalla Collaborazione Palla di Plastica al Bevalac [Dos 87]) con un grande 'salto' tra $Z = 1$ e $Z = 2$;

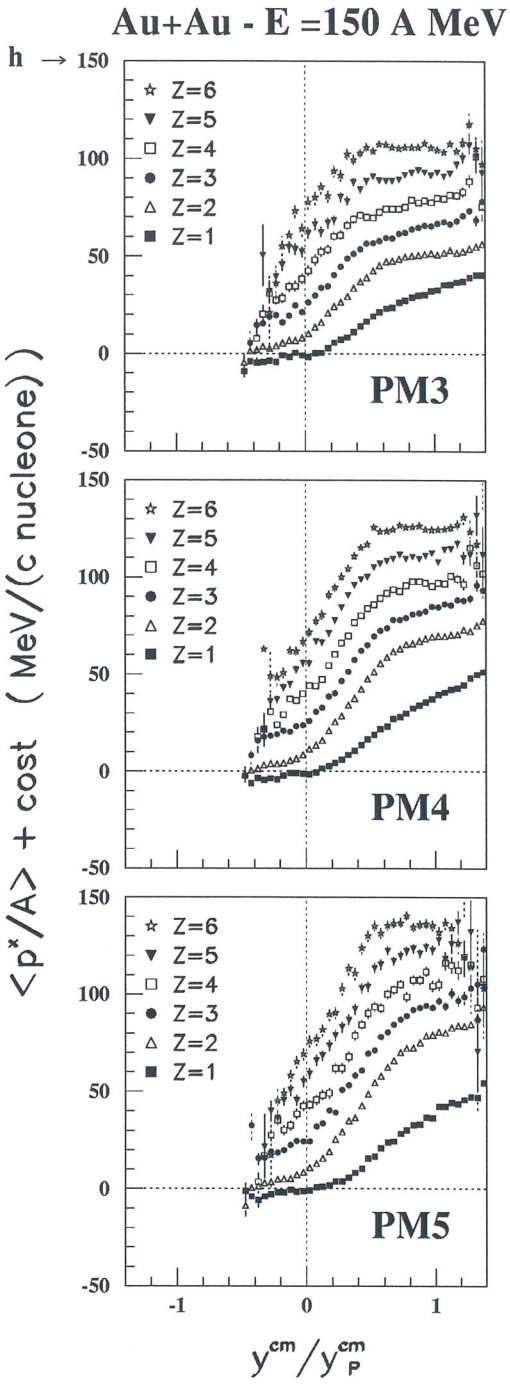


Figura 6.3: Impulso trasverso medio per nucleone proiettato sul piano di reazione in funzione della rapidità normalizzata nel CM, per gli eventi a $150A$ MeV relativi agli intervalli di molteplicità PM3, PM4 e PM5. Ai valori di $< p^x/A >$ è stata sommata una costante che, per ciascun valore di Z, vale cost$= (Z-1) \cdot h/10$ (vedere testo).

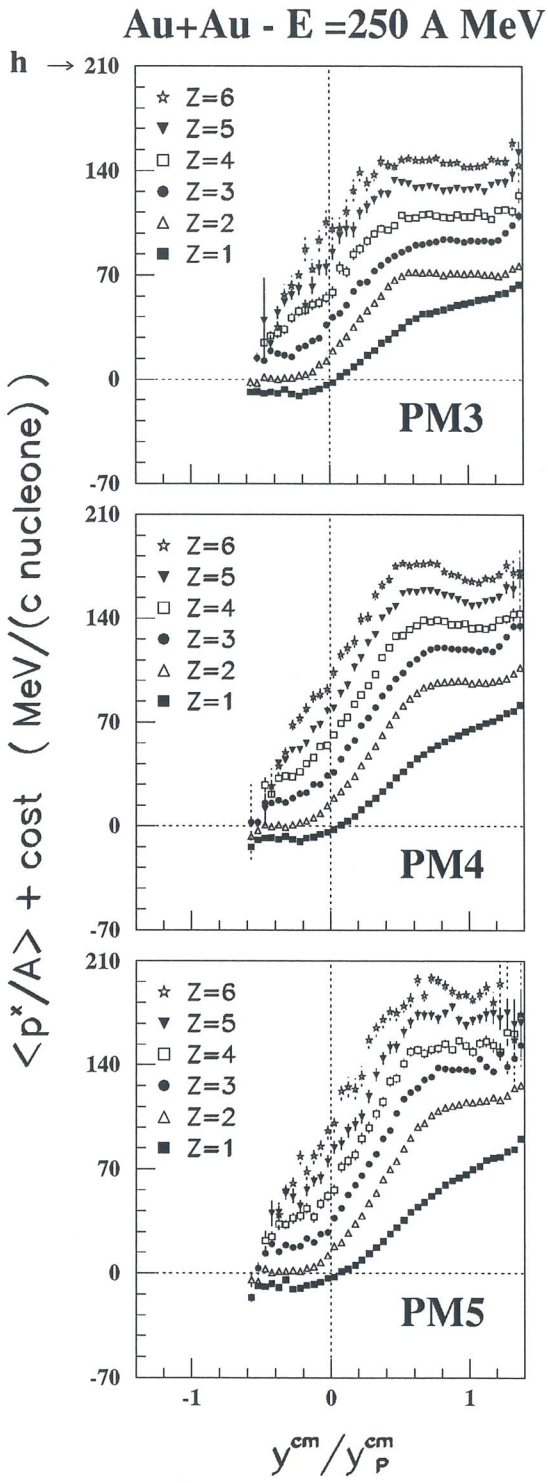


Figura 6.4: Come per la figura precedente, ma per 250A MeV.

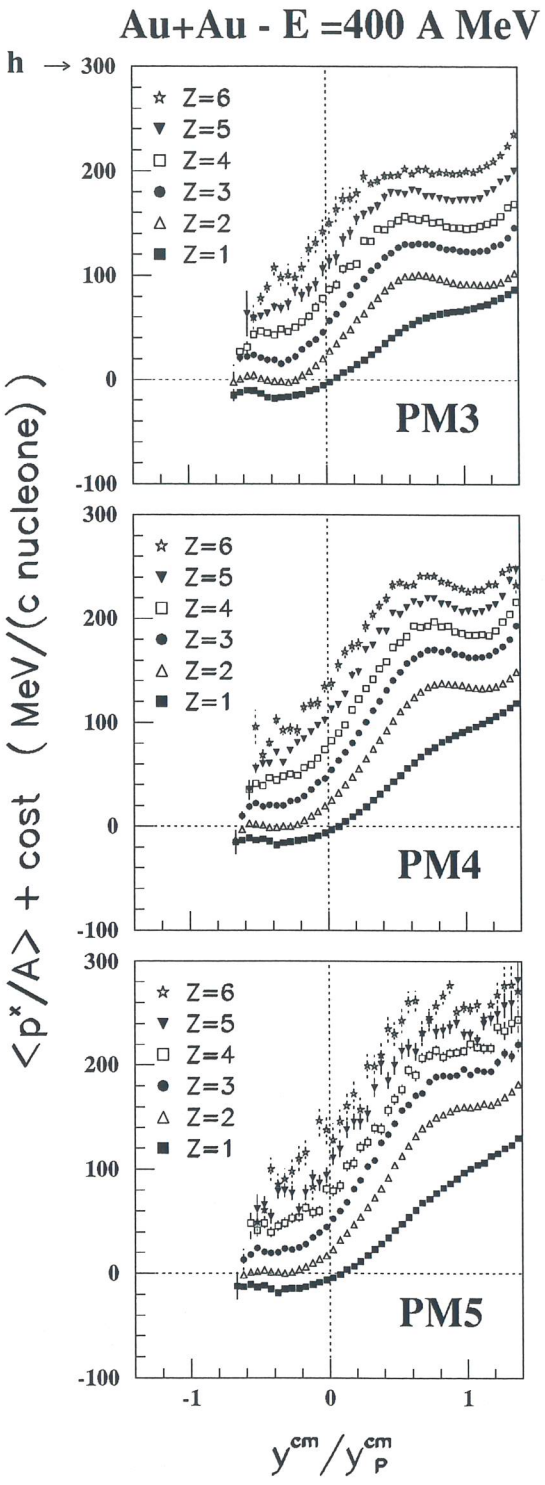


Figura 6.5: Come per la figura precedente, ma per 400A MeV.

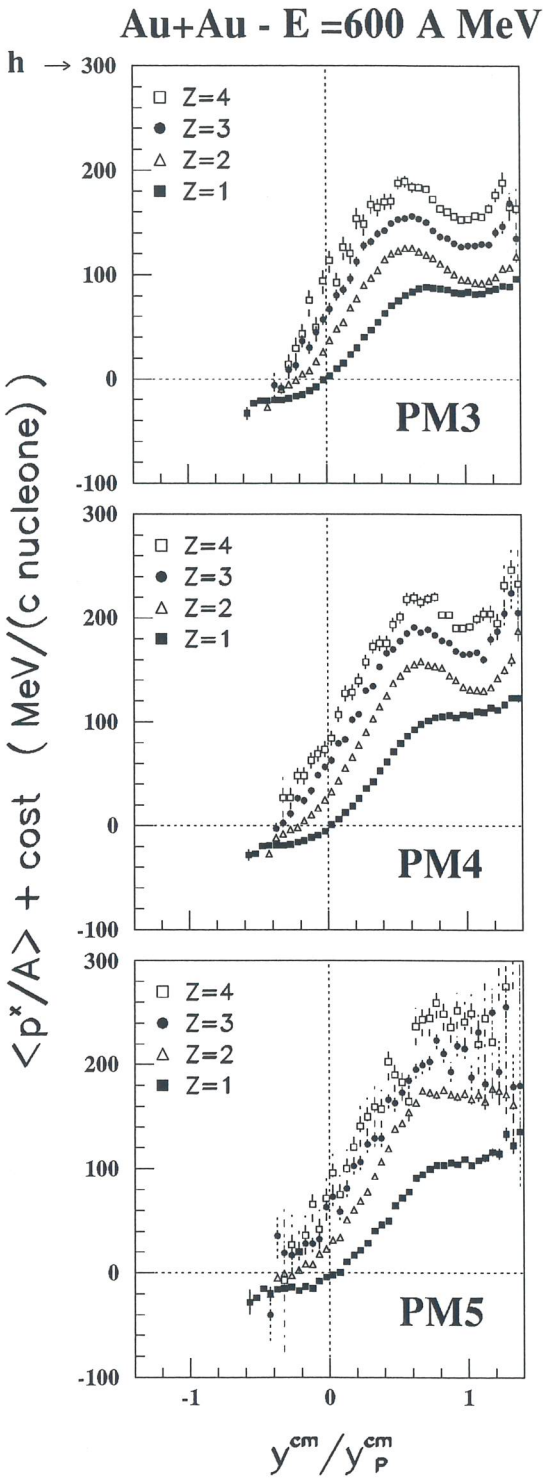


Figura 6.6: Come per la figura precedente, ma per 600A MeV.

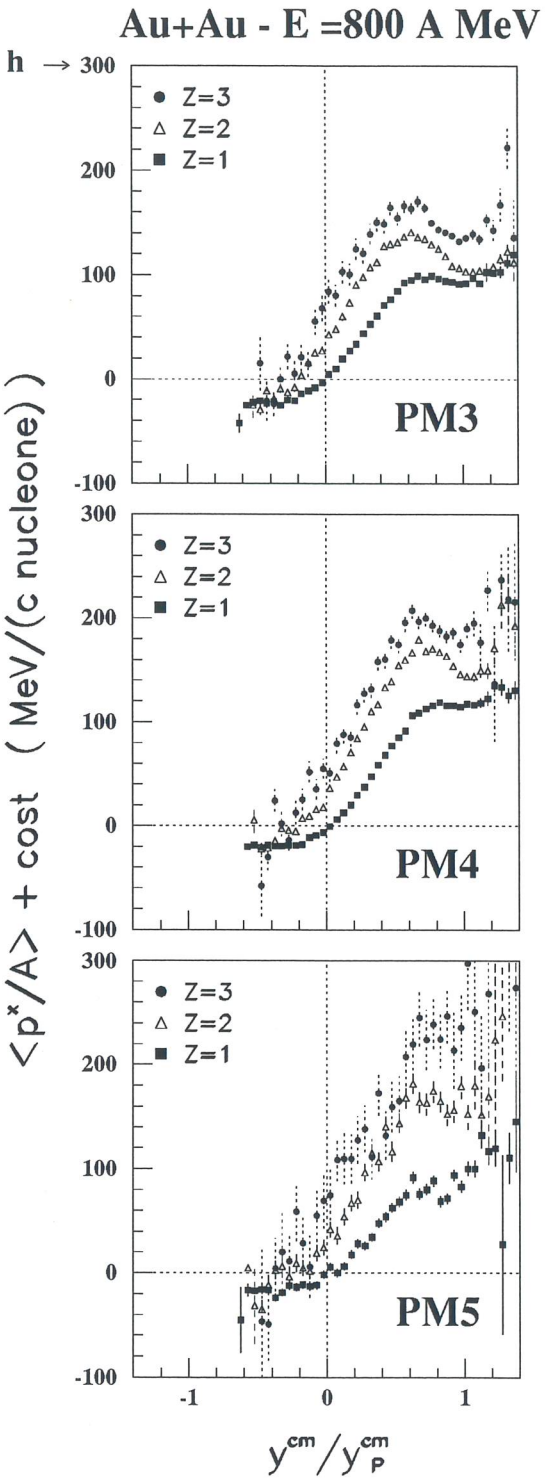


Figura 6.7: Come per la figura precedente, ma per 800A MeV.

- per i frammenti più pesanti sembra che venga raggiunta una saturazione dell'effetto [Ram 93].

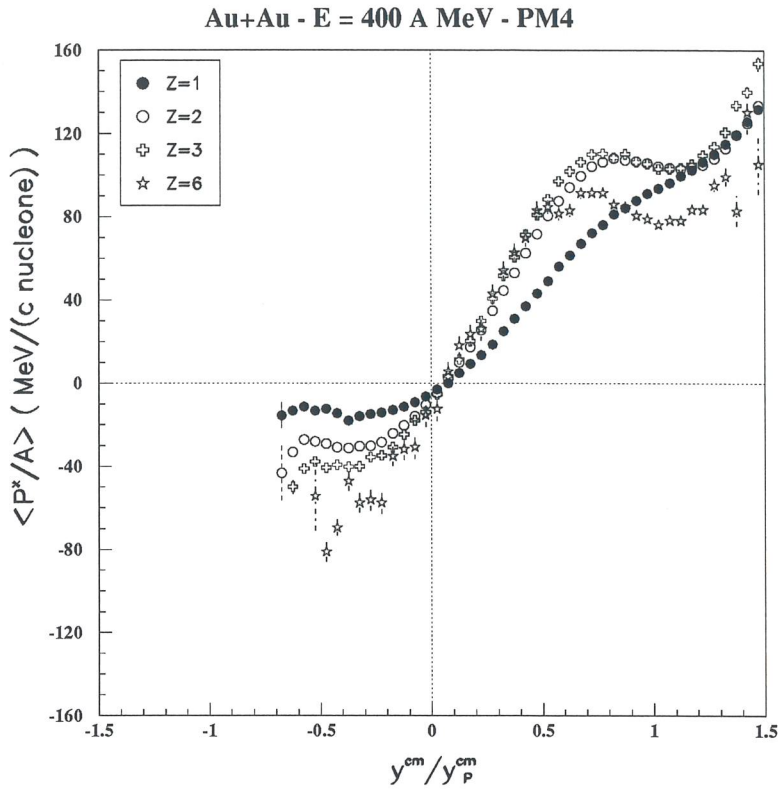


Figura 6.8: Impulso trasverso medio per nucleone proiettato sul piano di reazione in funzione della rapidità normalizzata nel CM per particelle con $Z = 1, 2, 3$ e 6, all'energia di $400A$ MeV nell'intervallo di molteplicità PM4.

6.2.1 Conservazione della quantità di moto

Nell'analisi di Danielewicz e Odyniec si è visto che bisogna eliminare la particella ν nella costruzione del vettore $\vec{Q}_\nu$ per rimuovere le autocorrelazioni generate dalla proiezione della quantità di moto trasversa nel piano di reazione. Come conseguenza, però, il sistema che determina il piano di reazione si muove in direzione trasversa con impulso $\vec{p}^{\perp} = -\vec{p}_\nu^{\perp}$. L'effetto, dovuto alla non conservazione dell'impulso, può essere controbilanciato assegnando

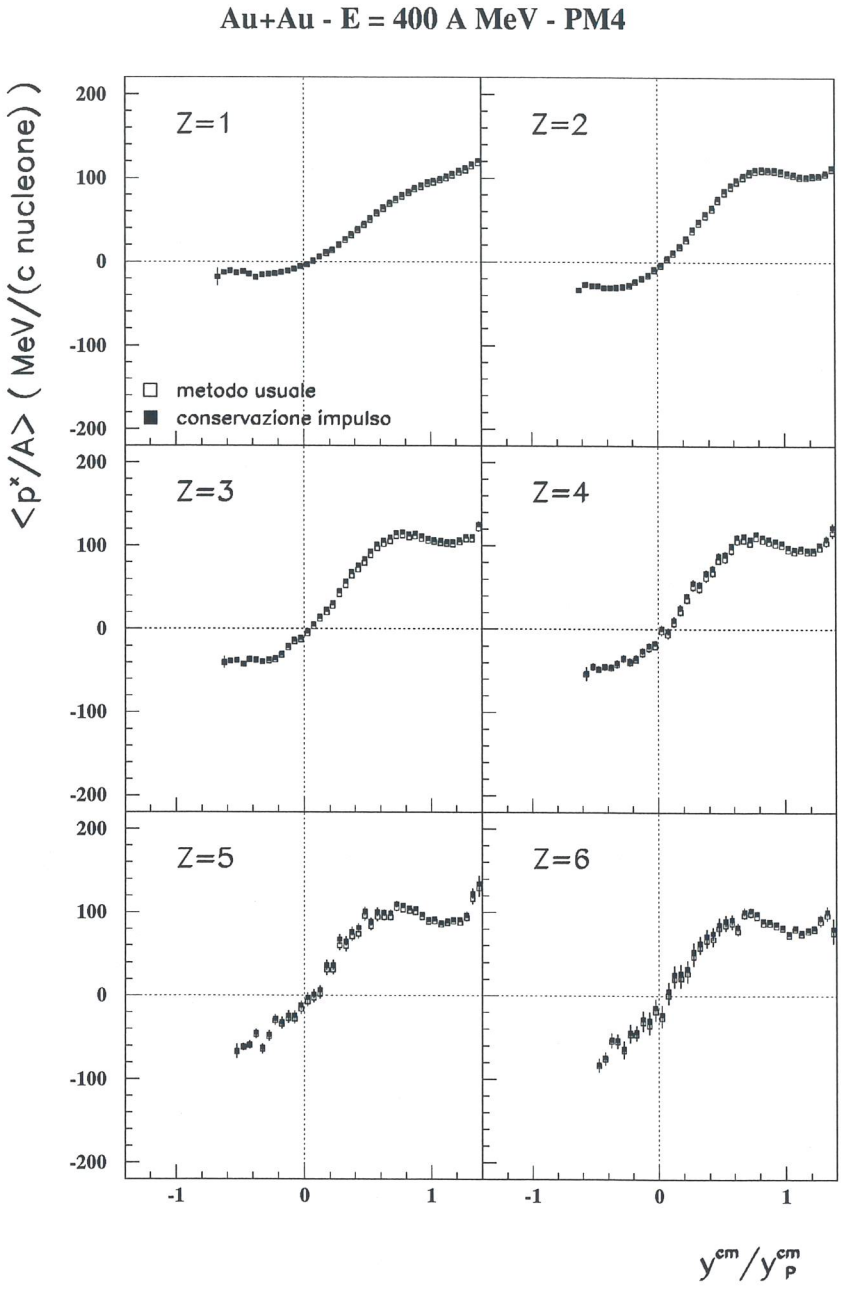


Figura 6.9: Confronto tra l'impulso trasverso medio per nucleone proiettato sul piano di reazione in funzione della rapidità normalizzata nel CM ottenuto con il metodo usuale e correggendo per la non conservazione dell'impulso, per eventi a $400A$ MeV nell'intervallo di molteplicità PM4.

a ciscuna particella μ un termine di velocità

$$\vec{v}_b = \frac{\vec{p}_\nu^{\perp}}{m_{proiettile} + m_{bersaglio} - m_\nu} \tag{6.11}$$

nella costruzione del vettore $\vec{Q}_\nu$ [Ogi 89]:

$$\vec{Q}_\nu = \sum_{\mu \neq \nu} \omega_\mu (\vec{p}_\mu^{\perp} + m_\mu \vec{v}_b) \quad . \tag{6.12}$$

Tuttavia l'inclusione di tale contributo è praticamente non influente nell'analisi dei dati, come aspettato poiché la correzione v_b diventa poco importante per sistemi di ioni molto pesanti come ^{197}Au (figura 6.9).

6.3 Confronto con la teoria

I dati sperimentali sono stati confrontati con le predizioni dei modelli QMD e IQMD. Per quanto riguarda QMD, nella figura 6.10 si può osservare che un'equazione di stato soffice (S) non riesce a riprodurre i grandi impulsi trasversi trasferiti. Un'Eos dura (H) con sezione d'urto nucleone-nucleone calcolata mediante la matrice G di Brückner riesce, a 150 MeV per nucleone, a riprodurre abbastanza bene i risultati sperimentali sovrastimandoli però nella regione del *rimbalzo*.

All'energia di bombardamento di 400 A MeV un'EoS dura è ancora in buon accordo con i risultati sperimentali nei pressi dell'origine, ma il modello sottostima gli impulsi trasversi degli spettatori (figura 6.11). Si ottiene un buon accordo anche prendendo in considerazione il potenziale di Pauli per l'equazione di stato rigida (si tratta questo di un potenziale repulsivo dipendente dall'impulso che simula il moto di Fermi nello stato fondamentale dei nuclei generato dal principio di esclusione di Pauli). La tendenza sperimentale dei dati nella regione della rapidità intermedia può essere ottenuta anche mediante l'uso di un'EoS soffice includendo la dipendenza del potenziale di interazione nucleare dall'impulso.

Per quanto concerne il confronto con il modello IQMD, si è trovato che a 150A MeV tutte le equazioni di stato sottostimano gli impulsi trasversi sperimentali. A 400 e 600A MeV, invece, l'equazione di stato rigida (con o

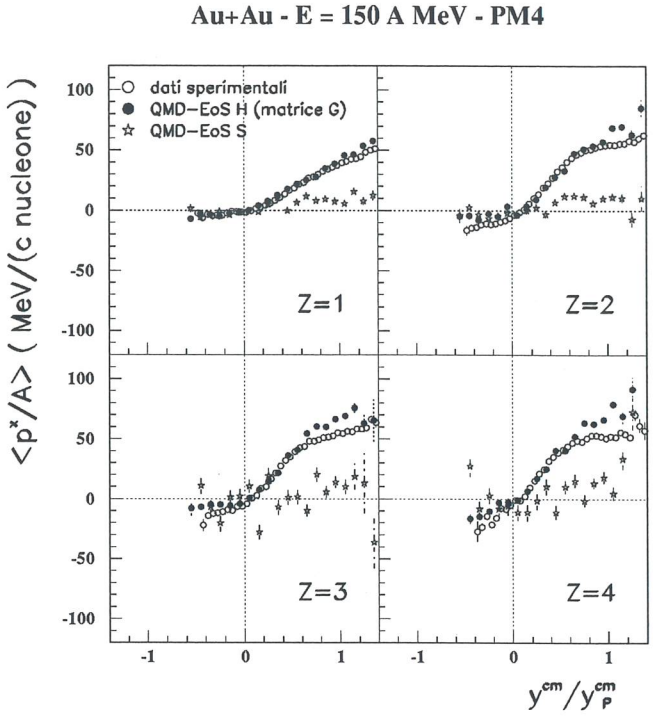


Figura 6.10: Impulso trasverso medio per nucleone proiettato sul piano di reazione in funzione della rapidità normalizzata nel CM, per gli eventi a 150A MeV nell'intervallo di molteplicità PM4. Il confronto è eseguito con le predizioni di QMD nella versione di J. Aichelin corrispondenti ad un'EoS dura (H) con sezione d'urto nucleone-nucleone ottenuta da una matrice di diffusione G di Brückner, e ad un'EoS soffice (S).

senza l'inclusione della dipendenza del potenziale di interazione dall'impulso) in generale sovrastima i dati sperimentali (figura 6.12), mentre l'equazione di stato soffice con la dipendenza dall'impulso riproduce meglio la tendenza dei dati sperimentali anche in funzione della centralità della collisione (figura 6.13).

L'evoluzione di $< p^x/A >$ con y^{cm}/y_P^{cm} dipende infatti sia dalla durezza dell'EoS che dalla dipendenza dell'interazione dall'impulso. La teoria predice che interazioni dipendenti dalla densità o interazioni dipendenti dall'impulso

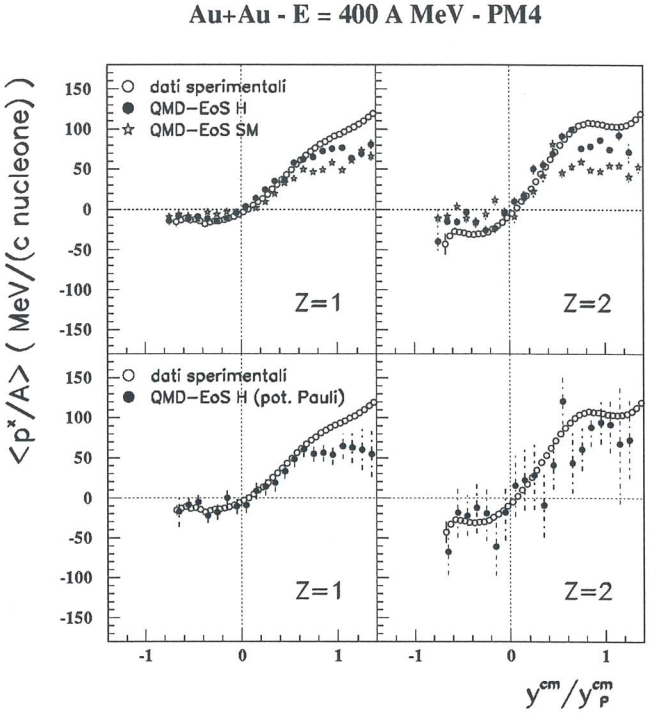


Figura 6.11: Impulso trasverso medio per nucleone proiettato sul piano di reazione in funzione della rapidità normalizzata nel CM, per gli eventi a $400A$ MeV nell'intervallo di molteplicità PM4. Il confronto è eseguito con le predizioni di QMD (versione di J. Aichelin) corrispondenti ad un'EoS dura (H), ad un'EoS soffice con inclusa la dipendenza dall'impulso del potenziale di interazione (SM) e con i valori di QMD (versione di G. Peilert) relativi ad un'EoS dura (H) con l'inclusione del potenziale di Pauli.

possono produrre qualitativamente gli stessi effetti su alcune grandezze fisiche, quali per esempio l'impulso trasverso. Nel caso di interazioni dipendenti dall'impulso, per cui nel potenziale nucleone-nucleone vi è un termine repulsivo del tipo

$$V_{MDI}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)\ \delta^3(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\ ,$$

quando il proiettile inizia ad interagire con il bersaglio sovrapponendosi ad esso, molti nucleoni con grandi velocità relative vengono a trovarsi molto vicini nello spazio delle configurazioni risentendo di un intenso gradiente di

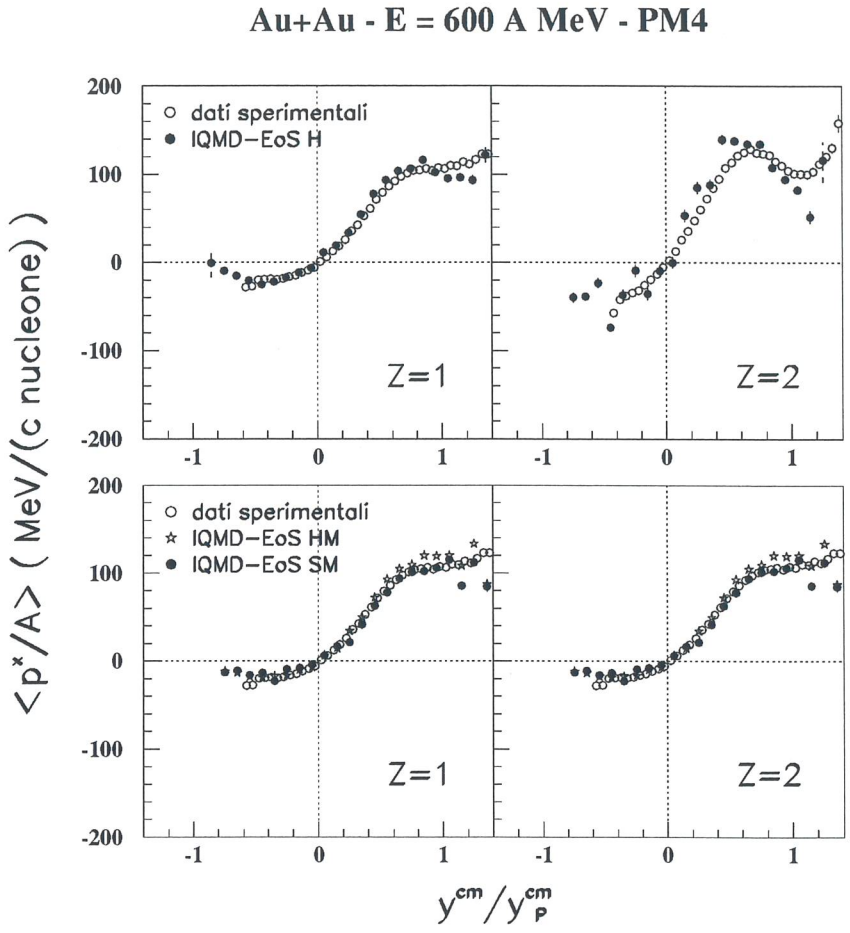


Figura 6.12: Impulso trasverso medio per nucleone proiettato sul piano di reazione in funzione della rapidità normalizzata nel CM, per gli eventi a 600A MeV nell'intervallo di molteplicità PM4. Le predizioni di IQMD, confrontate con i dati sperimentali, corrispondono ad un'EoS dura (H), ad un'EoS soffice con dipendenza del potenziale di interazione dall'impulso (SM) e ad un'EoS dura con dipendenza del potenziale di interazione dall'impulso (HM).

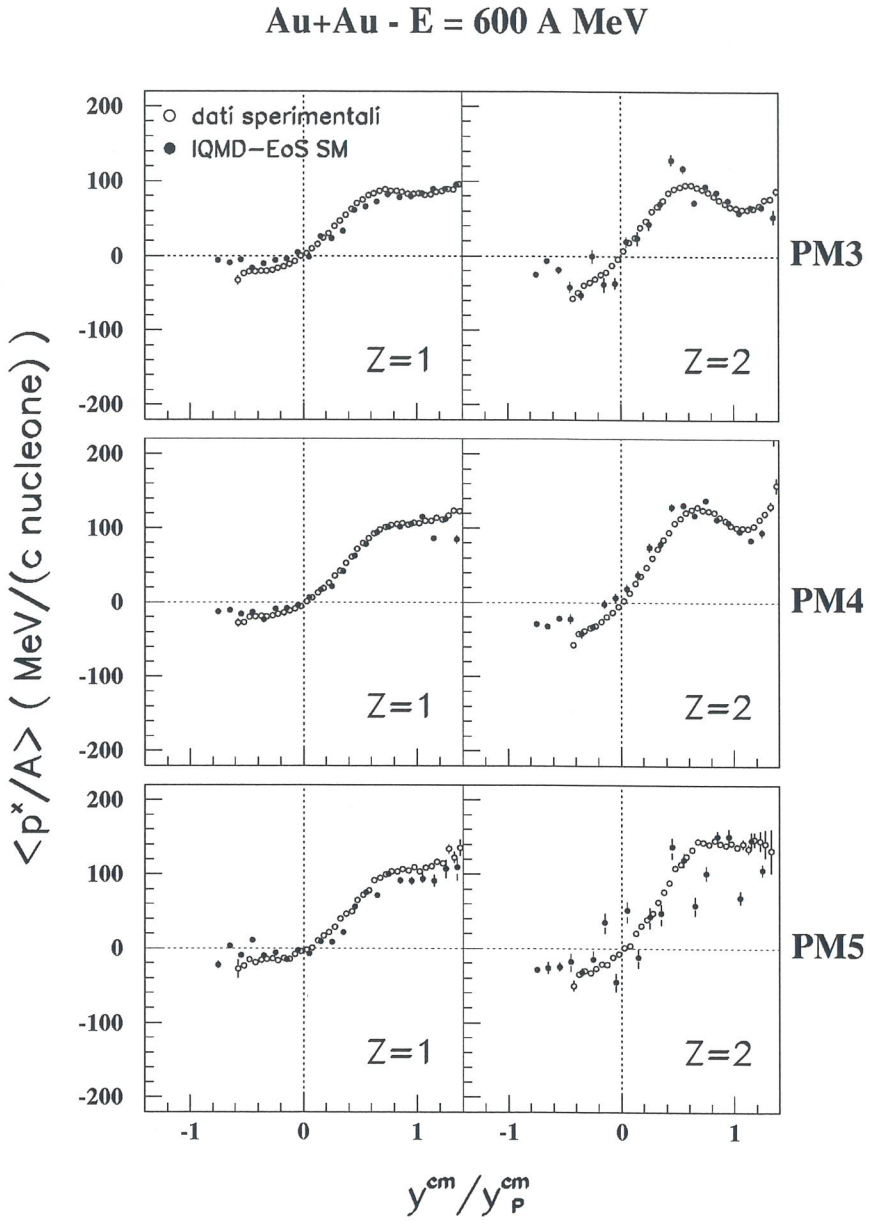


Figura 6.13: Impulso trasverso medio per nucleone proiettato sul piano di reazione in funzione della rapidità normalizzata nel CM e della centralità della collisione, per le particelle con $Z = 1, 2$ prodotte all'energia di bombardamento di $600A$ MeV negli intervalli di molteplicità PM3, PM4 e PM5. Le predizioni di IQMD, confrontate con i dati sperimentali, corrispondono ad un'EoS soffice con dipendenza del potenziale di interazione dall'impulso (SM).

potenziale in direzione perpendicolare all'asse del fascio e sono emessi di preferenza all'inizio della reazione, per cui il sistema non riesce a raggiungere grandi densità. Se invece l'interazione dipende soltanto dalla densità, e non dall'impulso, il proiettile ha il tempo di interpenetrarsi con il bersaglio raggiungendo densità più elevate, per cui una frazione considerevole di energia è utilizzata per comprimere il sistema. Nella successiva fase di espansione tale energia viene rilasciata per cui i nucleoni acquistano grandi impulsi trasversi. In entrambi i casi, dunque, la stato finale è caratterizzato da grandi impulsi trasversi, pur essendo le cause che li hanno prodotti totalmente differenti. Oltre a tutto ciò il flusso collettivo osservato nello stato finale dovrebbe dipendere anche dal valore che la sezione d'urto nucleone-nucleone assume entro la materia nucleare.

Studiando il comportamento dell'impulso trasverso delle particelle è difficile separare questi diversi contributi, e quindi in ultima istanza determinare il modulo K di incompressibilità della materia nucleare. È stato proposto [Pei 89] che la determinazione del valore sperimentale della sezione d'urto nucleone-nucleone nella materia nucleare potrebbe avvenire studiando dettagliatamente la forma delle distribuzioni in rapidità dN/dy nella regione della rapidità intermedia, cosa non facile nella Fase I dell'esperimento per via dell'accettanza ridotta del rivelatore FOPI (è necessario dunque attendere che la Fase II divenga operativa). Secondo J. Aichelin [Aic 91] per quanto riguarda la dipendenza dall'impulso sarebbe invece necessario investigare la produzione di pioni e kaoni nella reazione. Anche l'analisi sistematica di $< p^x/A >$ in funzione del parametro d'urto dovrebbe servire allo stesso scopo, in quanto per collisioni periferiche dovrebbero dominare gli effetti di superficie dovuti alle forze repulsive dipendenti dall'impulso, mentre le collisioni centrali tra i nuclei che si interpenetrano in profondità dovrebbero essere utilizzate per investigare gli effetti dovuti alla compressione legati all'EoS [Blä 93]. Infine bisogna puntualizzare che gli eventi di QMD e IQMD usati sono stati generati utilizzando una parametrizzazione del potenziale dipendente dall'impulso secondo l'interpolazione di vecchi dati del potenziale ottico [Arn 82], mentre sul mercato ne esistono di più recenti [Ham 90]. I teorici stanno attualmente apportando le opportune modifiche ai loro codici

in tal senso [Har 93b].

Al momento, dunque, dal confronto dei nostri dati con la teoria, è difficile trarre conclusioni definitive sul valore di K. Tuttavia, se come sembra dal confronto con l'esperimento, l'EoS fosse in realtà soffice (contrariamente a quanto pensato fino ad ora [Stö 86]), vi sarebbe consistenza tra quanto trovato in fisica nucleare ed i calcoli di astrofisica relativi all'esplosione di 'supernovae'.

6.4 Il parametro di flusso

L'effetto di flusso interessante è l'emissione collettiva caratteristica della regione partecipante (*spruzzo laterale*), in quanto legata alle proprietà della materia nucleare densa e calda formata durante la collisione tra proiettile e bersaglio. È stato proposto di introdurre come misura quantitativa del flusso collettivo laterale la grandezza fisica F definita come la pendenza all'origine della curva $< p^x/A >=< p^x/A > (y^{cm}/y_P^{cm})$[Dos 86]:

$$F = \left. \frac{d\left\langle \frac{p^x}{A} \right\rangle}{d\left(\frac{y^{cm}}{y_P^{cm}}\right)} \right|_{\frac{y^{cm}}{y_P^{cm}}=0} \tag{6.13}$$

Tecnicamente il parametro F viene determinato, seguendo quanto già fatto dalla Collaborazione Palla di Plastica [Dos 86], interpolando la curva $< p^x/A >=< p^x/A > (y^{cm}/y_P^{cm})$ mediante un polinomio di terzo grado:

$$c_0 + c_1\, y^{cm}/y_P^{cm} + c_2\, (y^{cm}/y_P^{cm})^3 \quad . \tag{6.14}$$

Il parametro F (chiamato, seppur impropriamente, *flusso*) è perciò il coefficiente c_1 ottenuto dall'interpolazione.

Poiché il rivelatore FOPI copre principalmente l'emisfero in avanti nel sistema del CM, i dati sono stati interpolati solo per rapidità positive nell'intervallo $0 \leq y^{cm}/y_P^{cm} \leq 0.8$. Nella figura 6.14 è riportato un tipico esempio.

È molto importante valutare quanto il segnale F estratto sia affetto dall'accettanza del rivelatore. Sono state perciò eseguite simulazioni con eventi di QMD e IQMD. La pendenza F è stata valutata prima in assenza di filtro

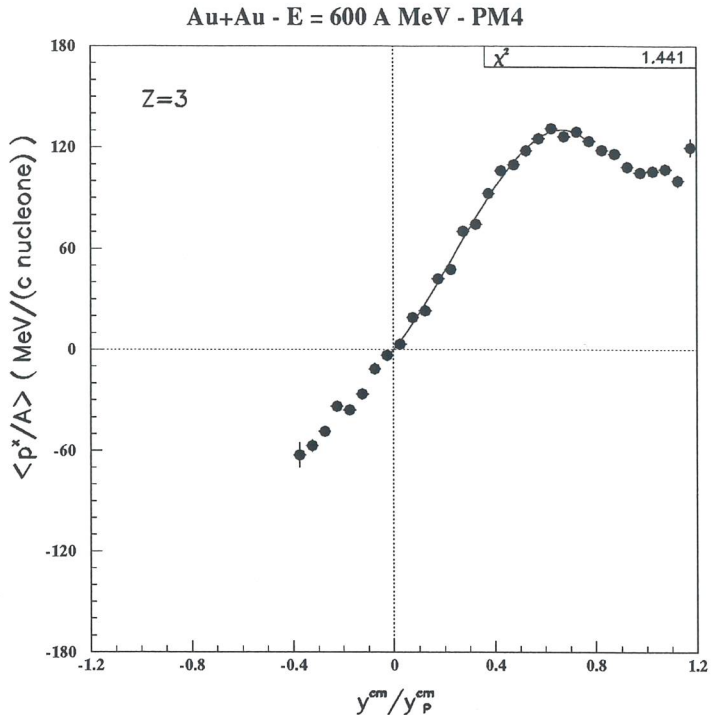


Figura 6.14: Esempio di interpolazione dei dati sperimentali mediante la curva polinomiale del terzo ordine.

sperimentale e poi filtrando lo stesso campione di eventi attraverso l'accettanza del rivelatore. Nella tabella 6.5 si può osservare che l'accettanza distorce le distribuzioni riducendo le pendenze soprattutto per i frammenti di massa leggera: per $Z = 1$ si ha una riduzione di circa il 30% a $150A$ MeV . L'effetto però si riduce all'aumentare dell'energia di bombardamento, perché il rivelatore copre una frazione via via più consistente dell'angolo solido e, in generale, diventano meno importanti le soglie di rivelazione. I frammenti di massa intermedia, invece, sono affetti dal rivelatore in maniera molto minore. Anche se i valori ottenuti dalle simulazioni debbono essere considerati con una certa cautela, poiché i campioni di eventi utilizzati erano relativamente poveri dal punto di vista della statistica (qualche migliaio di eventi per ogni energia), l'informazione molto importante che si può estrarre è che per i frammenti di massa intermedia la riduzione del parametro F, già a

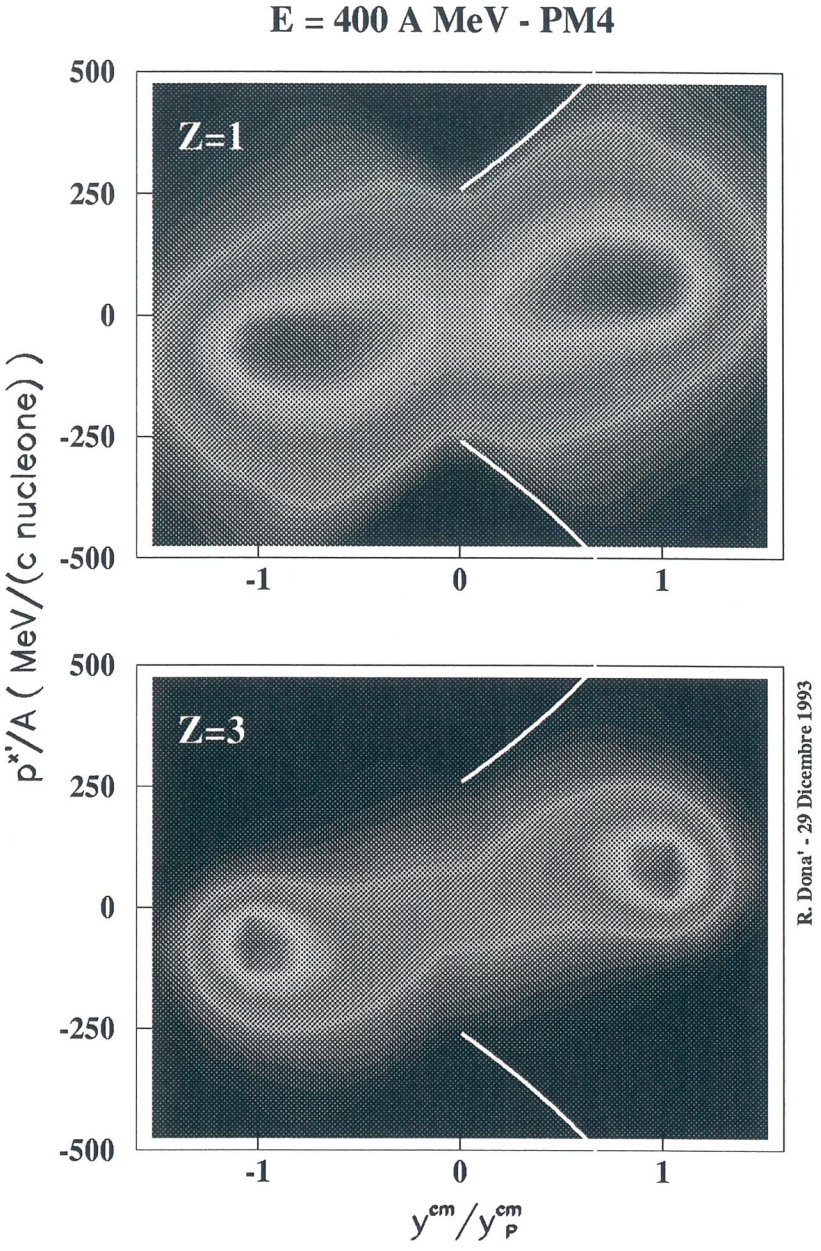


Figura 6.15: Distribuzione dei frammenti con $Z = 1$ e $Z = 3$ prodotti all'energia di bombardamento di 400 A MeV per l'intervallo PM4, nel piano dell'impulso trasverso per nucleone nel piano di reazione $p^{x'}/A$ e della rapidità normalizzata nel CM y^{cm}/y_P^{cm}. Le curve di livello corrispondono a tagli equispaziati del numero di conteggi secondo una scala lineare. Le linee continue corrispondono al limite geometrico di 30^0 del rivelatore. Le figure sono state ottenute riflettendo rispetto all'origine i valori per $y^{cm}/y_P^{cm} > 0$.

		$F^{con filtro}/F^{senza filtro}$		
E/A (MeV)		PM3	PM4	PM5
150	$Z=1$	0.72	0.71	0.71
	$Z=2$	0.92	0.85	
	$Z=3$		0.80	
250	$Z=1$	0.70	0.75	0.80
	$Z=2$		0.81	0.98
	$Z=3$		0.96	0.99
400	$Z=1$	0.89	0.88	0.82
	$Z=2$		0.94	
600	$Z=1$	0.94	0.91	0.89
800	$Z=1$	0.99	0.97	0.95

Tabella 6.5: Rapporto tra il parametro F per eventi filtrati e non filtrati, al variare dell' energia di bombardamento e del numero atomico dei frammenti.

$250A$ MeV, è inferiore al 10%. La ragione può essere compresa osservando il comportamento delle distribuzioni sperimentali dei frammenti prodotti. In figura 6.15 vi è infatti la distribuzione nel piano dell'impulso trasverso per nucleone proiettato sul piano di reazione e della rapidità normalizzata nel CM dei frammenti con numero atomico $Z = 1$ e $Z = 3$ prodotti nell'intervallo PM4 a 400 A MeV. Le linee continue corrispondono al limite geometrico di 30^0 nel LAB del rivelatore: le distribuzioni dei frammenti di massa intermedia, contrariamente ai frammenti leggeri, sono poco tagliate dall'apparato.

Nelle figure 6.16, 6.17 e 6.18 vengono presentati sistematicamente i valori sperimentali ottenuti per il parametro F al variare di energia di bombardamento, intervallo di molteplicità e carica dei frammenti rivelati. L'errore per F è ottenuto moltiplicando per $\sqrt{\chi^2}$ l'errore statistico del parametro c_1 ottenuto dall'interpolazione [Ros 53], seguendo quanto fatto in letteratura [Dos 86]. La ragione è che gli errori $\sigma_{<p^x/A>}$ considerati nell'interpolazione sono soltanto di natura statistica, e quindi, a causa della notevole statistica utilizzata, relativamente piccoli, per cui le interpolazioni hanno spesso un

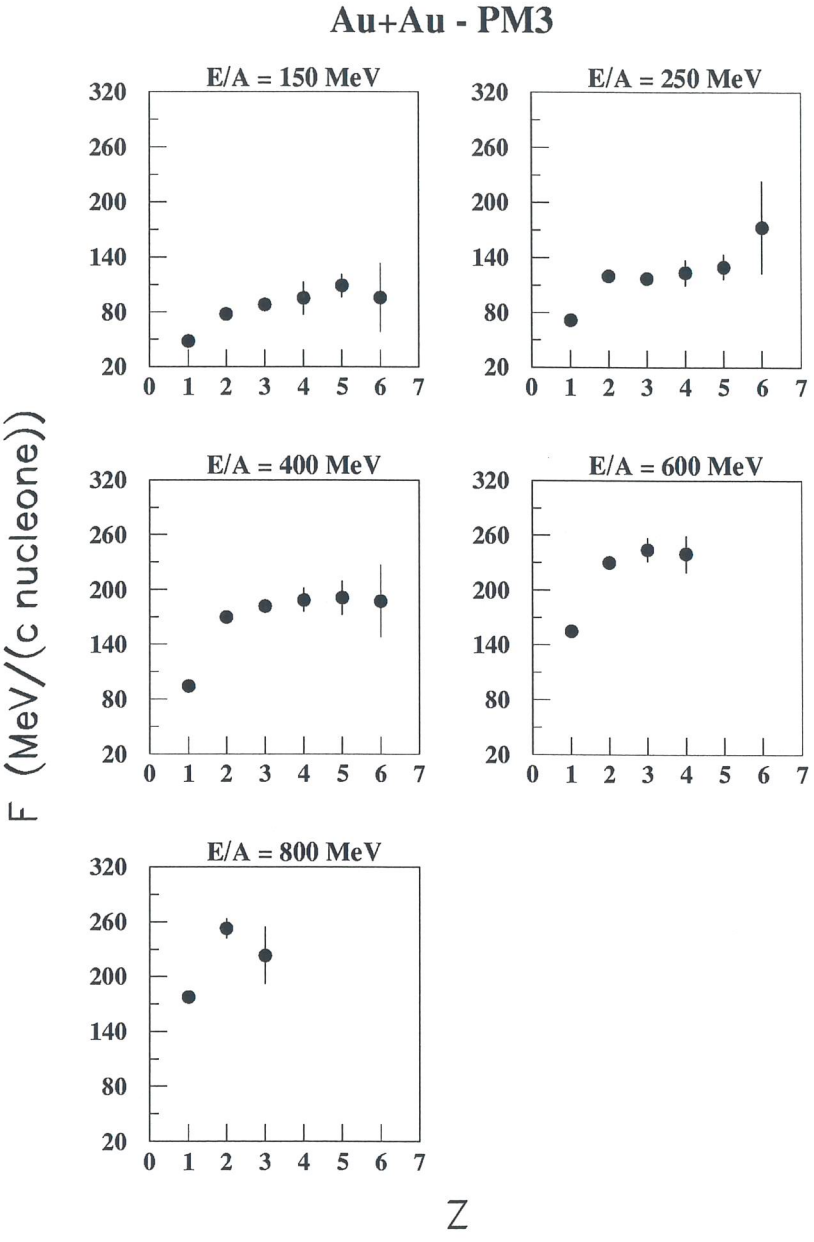


Figura 6.16: Parametro di flusso F in funzione del numero atomico Z e dell'energia di bombardamento per l'intervallo PM3.

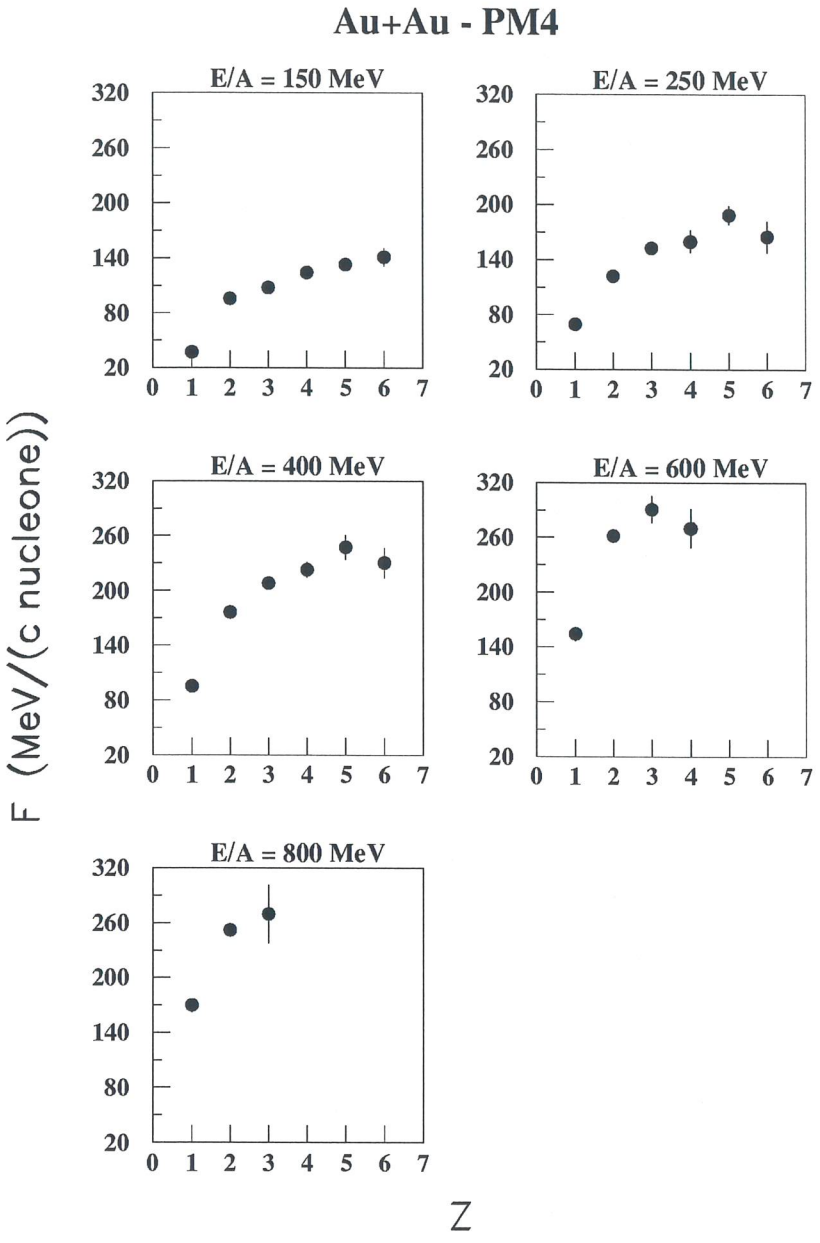


Figura 6.17: Parametro di flusso F in funzione del numero atomico Z e dell'energia di bombardamento per l'intervallo PM4.

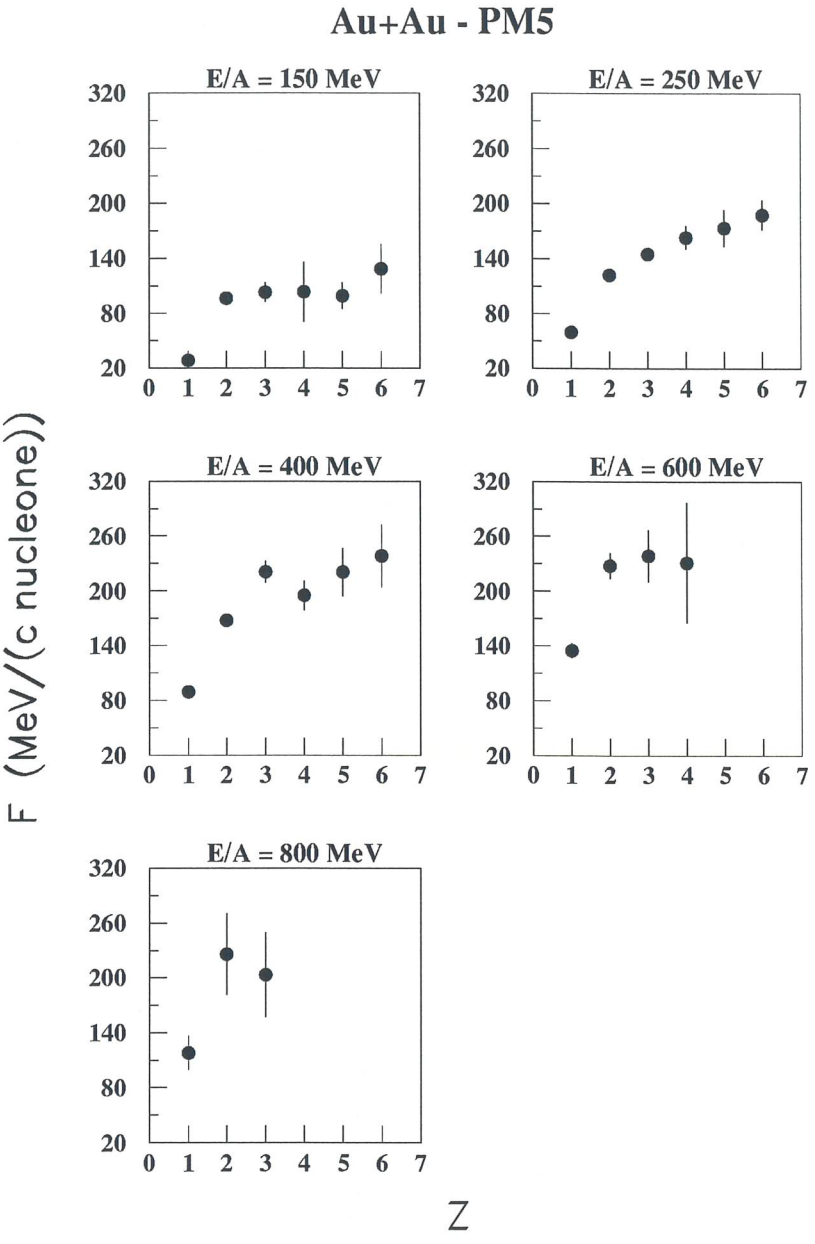


Figura 6.18: Parametro di flusso F in funzione del numero atomico Z e dell'energia di bombardamento per l'intervallo PM5.

valore di χ^2 grande (questo significa che il contributo sistematico agli errori non è affatto trascurabile).

È evidente come il parametro F, che è una misura diretta del flusso collettivo, cresca con la carica ed infine tenda a saturare per i frammenti di massa intermedia (tale andamento resta immutato anche correggendo i valori di F per gli effetti dell'accettanza del rivelatore). Questo comportamento è predetto dai modelli dinamici [Pei 89, Mar 91, Sch 93]. Infatti i frammenti di massa intermedia durante la reazione sarebbero soggetti ad un numero minore di collisioni nucleone-nucleone rispetto ai frammenti leggeri, per cui risentirebbero in misura minore del moto termico casuale. In seguito alla collisione tra i due nuclei di ^{197}Au si forma infatti una zona calda e densa da cui ha origine il flusso collettivo. Come conseguenza i prodotti di reazione si muoverebbero allineati con velocità costante indipendentemente dalle loro dimensioni. A questo moto ordinato collettivo si deve sovrapporre anche un moto termico casuale, dovuto alla temperatura raggiunta durante la reazione in seguito alle collisioni nucleone-nucleone, che tenderebbe a distruggere l'allineamento dovuto al moto collettivo, in quanto la velocità termica avrebbe una direzione stocastica. Poiché, per una certa temperatura, l'energia termica per frammento è costante, ne consegue che la velocità termica dipende dalla massa dei frammenti come $1/\sqrt{A}$. La conseguenza è dunque che, all'aumentare di A, l'energia collettiva per nucleone dovrebbe essere una frazione via via più importante dell'energia cinetica totale per nucleone. Negli studi teorici dell'evoluzione temporale di una reazione tra ioni pesanti si trova che i frammenti di massa intermedia sarebbero formati in stadi immediatamente successivi alla fase di compressione, e non per una successiva frammentazione dei prodotti di reazione eccitati. Quindi il loro flusso collettivo porterebbe informazioni dirette relative alla materia nucleare calda e densa formata durante la reazione. L'originalità dei dati presentati in questa sezione consiste nell'evidenziare per la prima volta, mediante la tendenza alla saturazione del parametro F, la predizione che l'energia collettiva aumenta linearmente con la massa [Bau 75] secondo l'equazione 1.15.

Il flusso collettivo dipende dal parametro di impatto presentando un massimo per parametri di impatto non nulli e poi diminuendo all'aumentare della

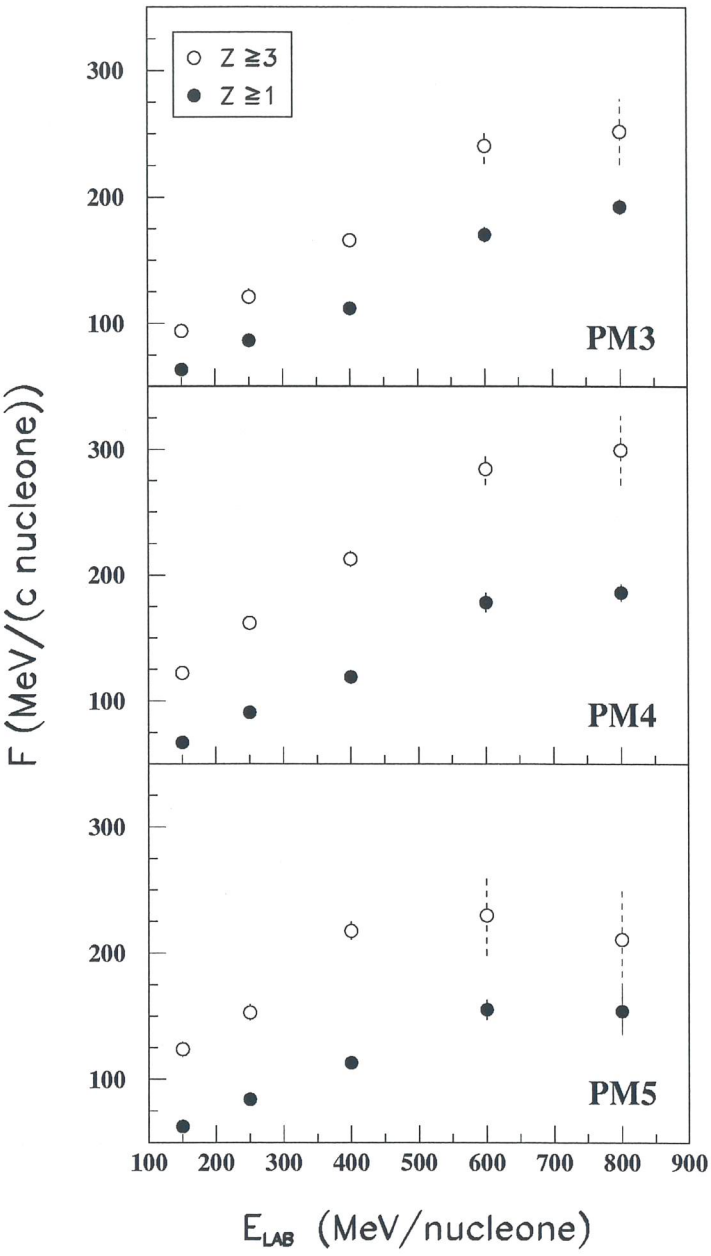


Figura 6.19: Dipendenza del parametro F dall'energia di bombardamento, per tutte le particelle con $Z \geq 1$ e per i frammenti di massa intermedia ($Z \geq 3$).

molteplicità (figure 6.19 e 6.21a). Infatti, per definizione, il flusso direzionale deve essere nullo per collisioni centrali con $b = 0$, poiché in tal caso tutte le direzioni azimutali sono equivalenti. Questo, però, non può essere indagato mediante la tecnica di Danielewicz e Odyniec, perché per $b = 0$ non esiste un piano di reazione. Inoltre il flusso collettivo nel piano di reazione aumenta con l'energia di bombardamento (figura 6.19).

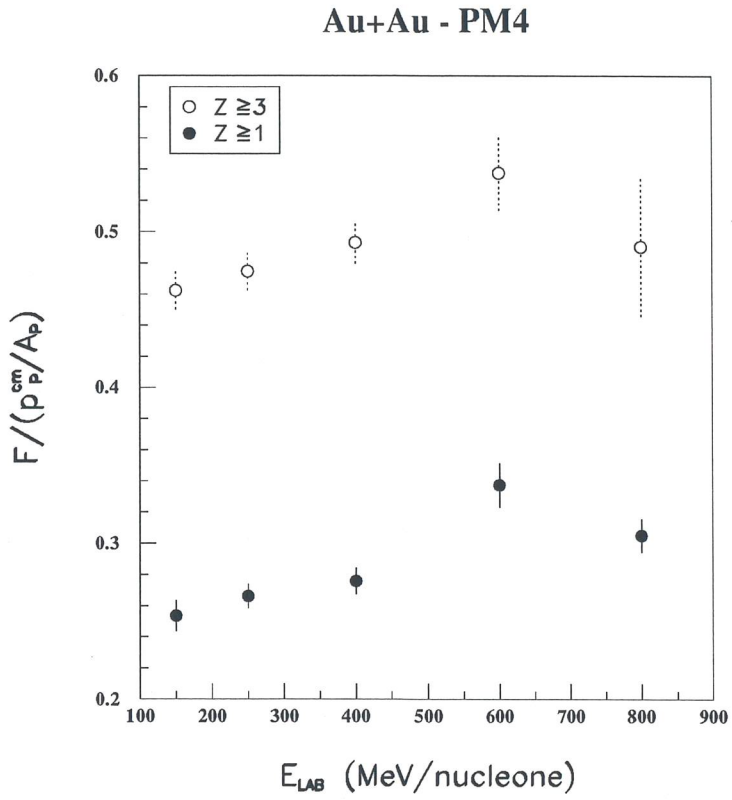


Figura 6.20: Dipendenza del parametro F' dall'energia di bombardamento (intervallo di molteplicità PM4), per tutte le particelle con $Z \geq 1$ e per i frammenti di massa intermedia ($Z \geq 3$).

È stato proposto che una quantità interessante per lo studio delle leggi di scala dell'idrodinamica con fluidi nucleari è il parametro adimensionale F' ottenuto dividendo F per l'impulso per nucleone del proiettile nel centro di massa [Bon 88]:

$$F' = \frac{F}{p_P^{cm}/A_P}. \tag{6.15}$$

Se la materia nucleare fosse un fluido perfetto F' dovrebbe godere di proprietà di invarianza rispetto, ad esempio, alla scala di energia. Nella figura 6.20 vi è la dipendenza di F' dall'energia di bombardamento per l'intervallo di molteplicità PM4 (ove il flusso collettivo è massimo), che, secondo la tabella 3.2, corrisponde all'incirca allo stesso intervallo di parametri di impatto per le diverse energie del proiettile. Il fatto che F' non sia costante con l'energia indica la presenza di forze di frizione dipendenti dall'energia di bombardamento. Si capisce allora come il flusso collettivo sia estremamente sensibile alla viscosità η della materia nucleare, e quindi alla sezione d'urto nucleone-nucleone efficace σ_{NN} poiché $\eta \propto 1/\sigma_{NN}$ [Ber 92].

È importante verificare se i risultati ottenuti con il nostro apparato sperimentale sono consistenti con i valori di F ottenuti dalla Collaborazione Palla di Plastica al Bevalac. Tuttavia a causa delle diverse accettanze dei rivelatori un confronto diretto è impossibile. Inoltre mentre noi abbiamo usato come criterio di centralità della reazione la molteplicità PMUL di particelle cariche identificate tra 7^0 e 30^0, la Collaborazione al Bevalac ha utilizzato la molteplicità N_p di protoni partecipanti (escludendo cioè la regione degli spettatori) liberi o legati entro aggregati nucleari [Dos 85]. È possibile fare il confronto all'energia di $400A$ MeV, ricordando che tuttavia al Bevalac le soglie di rivelazione non consentivano la misura dei frammenti di massa intermedia. Si sono utilizzati per i dati ottenuti al Bevalac i valori pubblicati da K.G.R. Doss *et al.* [Dos 86], ove il parametro F è calcolato per tutti i prodotti di reazione con $Z \geq 1$ pesando gli impulsi trasversi delle particelle misurate con il loro numero di massa A. Per i nostri dati, e soltanto ai fini di questo confronto, si è applicato il peso $2Z$: i risultati sperimentali ottenuti con il rivelatore FOPI sono riportati nella figura 6.21a. Si è quindi proceduto in due stadi successivi.

1. Filtrando un campione di eventi di QMD, nella versione di G. Peilert, attraverso l'accettanza del nostro rivelatore, si sono associati agli intervalli di molteplicità PMUL i valori corrispondenti del parametro di

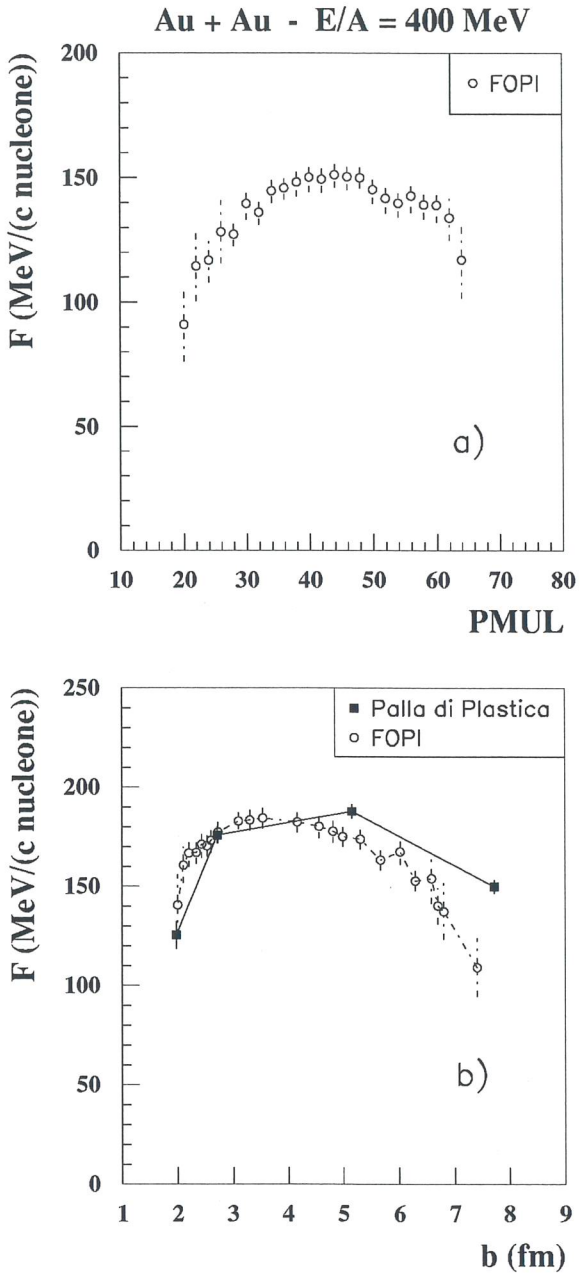


Figura 6.21: Sopra: Dipendenza del parametro F dalla centralità della reazione (i valori non sono corretti per l'accettanza del rivelatore). Sotto: confronto tra il parametro F in funzione del parametro di impatto ottenuto dalla Collaborazione Palla di Plastica e dalla Collaborazione FOPI (i valori sono corretti per l'accettanza dei rivelatori).

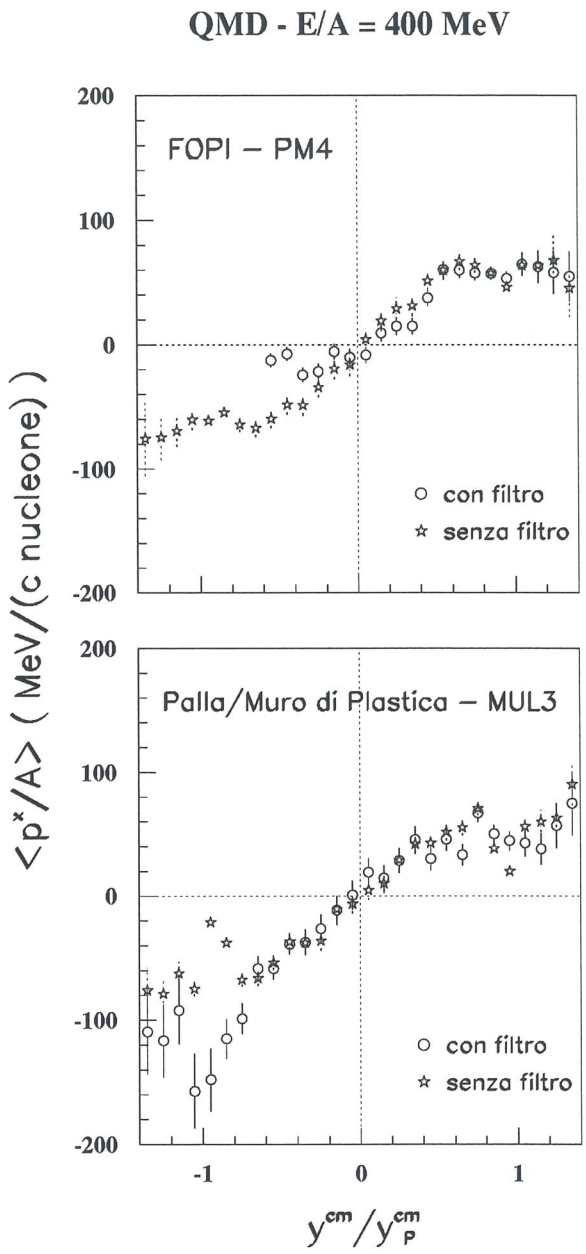


Figura 6.22: Sopra: Impulso trasverso medio per nucleone nel piano di reazione in funzione della rapidità normalizzata per eventi di QMD filtrati e non filtrati attraverso l'accettanza del rivelatore FOPI per l'energia di bombardamento di $400A$ MeV ed intervallo di molteplicità PM4. Sotto: come sopra, ma il filtro è quello del rivelatore Palla di Plastica e l'intervallo di molteplicità è MUL3 definito in [Dos 87].

impatto. Analogamente si è fatto per N_p, filtrando gli stessi eventi attraverso l'accettanza del rivelatore Palla/Muro di Plastica (filtro SIMDAT) [Pos 93]. Riconducendo quindi PMUL e N_p a valori di b è possibile un confronto diretto della centralità della reazione ottenuta nei due diversi esperimenti.

2. Si è valutato quanto i valori misurati del parametro F sono affetti dall'accettanza di ciascun rivelatore calcolando le pendenze delle curve per eventi simulati filtrati e non filtrati (il che è stato oggettivamente difficile poiché si avevano a disposizione soltanto 1000 eventi di QMD). Nella figura 6.22 vi è un esempio dei valori di $< p^x/A >$, pesati come descritto sopra, ottenuti dalle simulazioni rispettivamente con e senza i filtri sperimentali, per gli intervalli di molteplicità in cui il flusso è massimo (PM4 per FOPI e MUL3 per la Palla di Plastica). È evidente che i tagli del rivelatore FOPI sono più severi di quelli apportati dal rivelatore Palla di Plastica (infatti a queste distribuzioni contribuiscono soprattutto le particelle con $Z = 1$).

Nella figura 6.21b si riportano i risultati corretti per l'accettanza del rivelatore: la correzione è di circa il 20% per i nostri dati (includendo il contributo del peso $2Z$ anziché A) e di circa il 12% per il parametro F misurato dalla Collaborazione Palla di Plastica. Nonostante le difficoltà incontrate nell'eseguire il confronto, i valori appaiono in ragionevole accordo.

Capitolo 7

Lo schizzo esterno

Con i metodi di analisi descritti nei capitoli precedenti è stato caratterizzato il flusso collettivo della materia nucleare nel piano di reazione. In particolare abbiamo incontrato due effetti collettivi: il *rimbalzo*, che è la deflessione laterale degli spettatori, e lo *spruzzo laterale*, che è l'emissione collettiva di particelle dalla regione partecipante.

Per collisioni centrali ideali, cioè con parametro di impatto $b = 0$, non è definito il piano di reazione poiché tutte le direzioni azimutali sono spazialmente equivalenti, per cui ci si aspetta che la forma globale dell'evento passi da un forma prolata ellissoidale ad una forma oblata azimutalmente simmetrica in cui la materia nucleare venga gettata con violenza trasversalmente rispetto all'asse del fascio secondo una configurazione di tipo toroidale (*flusso radiale*) [Sch 74, Sch 91a]. In una tale situazione, il flusso diretto lungo una direzione preferenziale deve scomparire (si è visto infatti, in figura 6.21, che il parametro di flusso F diminuisce al diminuire del parametro di impatto).

La selezione di collisioni con $b = 0$ è sperimentalmente impossibile. Tuttavia è stato predetto che la traccia del residuo di questo effetto sarebbe osservabile anche in collisioni semicentrali, nella forma di un'emissione violenta di particelle fuori del piano di reazione [Stö 82]. Questo tipo di flusso, detto *schizzo esterno* perché la materia nucleare viene *spremuta fuori* dalla regione partecipante, è interessante in quanto la direzione normale al piano di reazione è la sola direzione in cui la materia può essere emessa durante la

collisione senza essere ri-diffusa dagli spettatori (i cui impulsi giacciono prevalentemente nel piano di reazione). Ci si può quindi aspettare che l'analisi dello *schizzo esterno* porti informazioni relativamente dirette sulla materia nucleare calda e densa formata nel momento della collisione. In particolare il modello idrodinamico predice che l'emissione perpendicolare al piano di reazione è interessante soprattutto per lo studio della viscosità della materia nucleare [Mar 91, Sch 93].

Il terzo tipo di flusso collettivo (fuori del piano di reazione), predetto teoricamente nei primi anni '80 [Stö 82, Buc 83], è stato evidenziato solo recentemente dalla Collaborazione Diogene a Saturne in reazioni asimmetriche indotte da ioni leggeri [Dem 90], e dalla Collaborazione Palla di Plastica al Bevalac per collisioni simmetriche indotte da ioni pesanti [Gut 89b, Gut 90].

In questa tesi verrà investigato lo *schizzo esterno* di frammenti carichi in reazioni semicentrali di Au su Au alle energie di bombardamento di 250, 400 e 600A MeV. Grazie alla potenza del dispositivo sperimentale utilizzato è stato, in particolare, possibile studiare le modalità secondo cui i frammenti di massa intermedia fluiscono fuori del piano di reazione. Tuttavia la restrizione delle misure ad angoli inferiori a 30^0 nel laboratorio pone delle limitazioni all'osservazione dei grandi impulsi laterali nel centro di massa.

È opportuno menzionare che la Collaborazione FOPI al GSI ha inoltre recentemente evidenziato il *flusso radiale* selezionando collisioni con piccolissimo parametro di impatto ed introducendo tecniche di analisi che non necessitano della ricostruzione del piano di reazione [Jeo 93].

7.1 Il metodo di analisi

Come si è visto, mediante l'analisi in impulso trasverso si ricostruisce il piano di reazione individuato dal vettore $\vec{Q}$. In tal modo si può considerare evento per evento la terna trirettangola levogira $Ox'y'z$, ove z è l'asse del fascio, $x'z$ il piano di reazione e y' l'asse perpendicolare al piano di reazione. Lo *schizzo esterno* viene evidenziato osservando le distribuzioni azimutali $dN/d\varphi$ del numero di particelle emesse all'angolo φ (φ è l'angolo azimutale, attorno

all'asse z, nel nuovo sistema di assi cartesiani, cioè l'angolo tra l'impulso trasverso $\vec{p}_T$ della particella ed il versore $\hat{x}' = \vec{Q}/Q$). La selezione della regione propriamente partecipante avviene considerando le particelle emesse entro una finestra in rapidità attorno alla rapidità intermedia (la regione che si muove con la rapidità del centro di massa). Tenendo in opportuna considerazione che il rivelatore 4π copre l'emisfero anteriore nel sistema del CM, abbiamo selezionato le particelle emesse nella finestra $0 \leq y^{cm} \leq 0.15\, y_P^{cm}$, ove y^{cm} e y_P^{cm} sono, rispettivamente, la rapidità della particella e del proiettile nel sistema del centro di massa.

7.1.1 Limiti e vantaggi

In realtà il metodo di analisi migliore è quello usato dalla Collaborazione Palla di Plastica al Bevalac [Gut 89b, Gut 90] in cui:

1. si deteminano piano di reazione $x'z$ ed angolo di flusso ϑ_F;
2. si ruota il sistema di assi cartesiani $Ox'y'z$ attorno all'asse y' di un angolo pari a ϑ_F, cosicché il nuovo sistema di assi cartesiani coincida con la base degli autoversori dell'ellissoide degli eventi;
3. si studiano, infine, le distribuzioni azimutali *attorno* all'asse di flusso z''.

In parole povere questo corrisponde a porsi dinanzi all'ellissoide degli eventi e ad osservarlo frontalmente in direzione dell'asse maggiore, mentre analizzando le distribuzioni azimutali attorno all'asse z del fascio, l'ellissoide viene visto mentre è situato obliquamente rispetto all'osservatore: la stessa finestra attorno alla rapidità intermedia corrisponde ad una sezione obliqua, e quindi distorta, dell'ellissoide stesso.

D'altro canto lo spettrometro 4π al GSI copre solo l'emisfero in avanti e quindi il tipo di analisi scelto è l'unico possibile, considerando i severi tagli cinematici operati dall'accettanza geometrica del rivelatore.

Esiste però anche il vantaggio che l'analisi attorno all'asse del fascio sfrutta appieno la simmetria azimutale del dispositivo sperimentale.

7.2 Presentazione e discussione dei risultati

Il flusso collettivo fuori del piano di reazione (*schizzo esterno*) coinvolge un'emissione della materia partecipante preferenzialmente lungo la direzione perpendicolare al piano di reazione (figura 7.1).

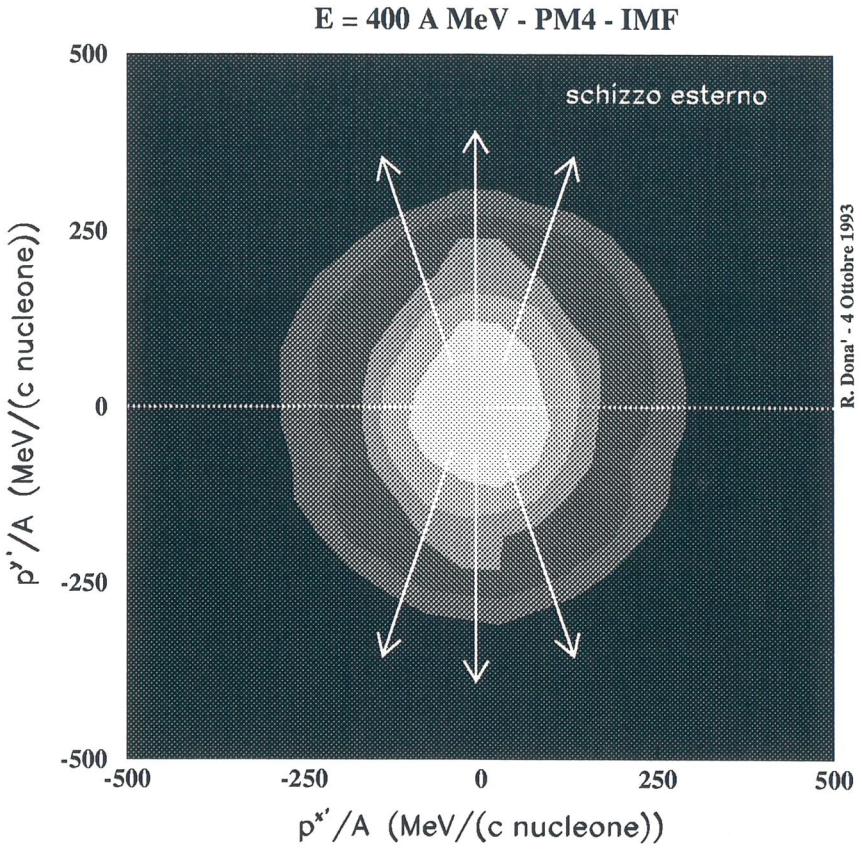


Figura 7.1: Distribuzione dei frammenti con $Z \geq 3$ (IMF) in funzione dell'impulso trasverso per nucleone nel piano di reazione ($p^{x'}/A$) e perpendicolare ad esso ($p^{y'}/A$). Le curve di livello corrispondono a tagli equispaziati, secondo una scala lineare, del numero di particelle.

Nelle figure 7.2, 7.3, 7.4, 7.5 e 7.6 si riportano le distribuzioni azimutali $dN/d\varphi$ del numero di particelle emesse all'angolo φ alle energie di bombardamento di 250, 400 e 600A MeV al variare dell'intervallo di molteplicità PMUL. È possibile osservare che l'emissione perpendicolare al piano

di reazione ($\varphi = 90^0, 270^0$) è preferenziale rispetto all'emissione parallela ($\varphi = 0^0, 180^0$). Inoltre l'effetto è tanto più evidente all'aumentare del numero atomico Z del frammento.

Seguendo quanto è stato fatto in letteratura, i dati sono stati interpolati con una curva del tipo:

$$N(\varphi) = a_0 + a_1 \cos\varphi + a_2 \cos(2\varphi) \ . \tag{7.1}$$

Il parametro a_0 dipende dalla normalizzazione delle distribuzioni azimutali, a_1 è legato al flusso *nel* piano di reazione ($|cos\varphi|$ è massimo per $\varphi = 0^0, 180^0$), mentre a_2 descrive l'ampiezza del flusso *fuori* del piano di reazione ($\cos(2\varphi)$ riesce a riprodurre i massimi per $\varphi = 90^0, 270^0$). Nelle interpolazioni fatte il χ^2 per grado di libertà variava tra 0.69 e 1.50. Si può quindi ottenere una caratterizzazione quantitativa definendo come parametro di *schizzo esterno* il rapporto tra il numero di particelle emesse fuori del piano di reazione ed il numero di particelle emesse nel piano di reazione nella regione della rapidità intermedia (considerando i severi limiti geometrici imposti dall'apparato sperimentale):

$$R_N = \frac{N(90^0) + N(270^0)}{N(0^0) + N(180^0)} = \frac{a_0 - a_2}{a_0 + a_2} \ . \tag{7.2}$$

Nella figura 7.7 si può osservare la dipendenza del parametro R_N, valutato per tutti i frammenti con $Z \geq 1$ e per i frammenti di massa intermedia ($Z \geq 3$), dall'energia di bombardamento e dal parametro di impatto (intervallo di molteplicità PMUL). La prima evidenza è che i frammenti massicci preferiscono fluire in direzione normale rispetto al piano di reazione più che i frammenti leggeri. Il massimo dell'effetto sembra essere nell'intervallo di molteplicità PM3. Tuttavia la diminuzione del parametro R_N all'aumentare della centralità non è, secondo me, dovuta soltanto all'avvicinarsi ad una configurazione toroidale azimutalmente simmetrica: non bisogna infatti dimenticare che l'angolo di flusso aumenta con la centralità della reazione, e quindi la finestra attorno alla rapidità intermedia corrisponde ad una sezione sempre più obliqua dell'ellissoide degli eventi e questo comporta una visione via via più distorta del fenomeno, il che, come precedentemente esposto, costituisce un limite obbiettivamente rilevante del metodo di analisi. Nonostante ciò si è voluto continuare per questa strada, osservando che i

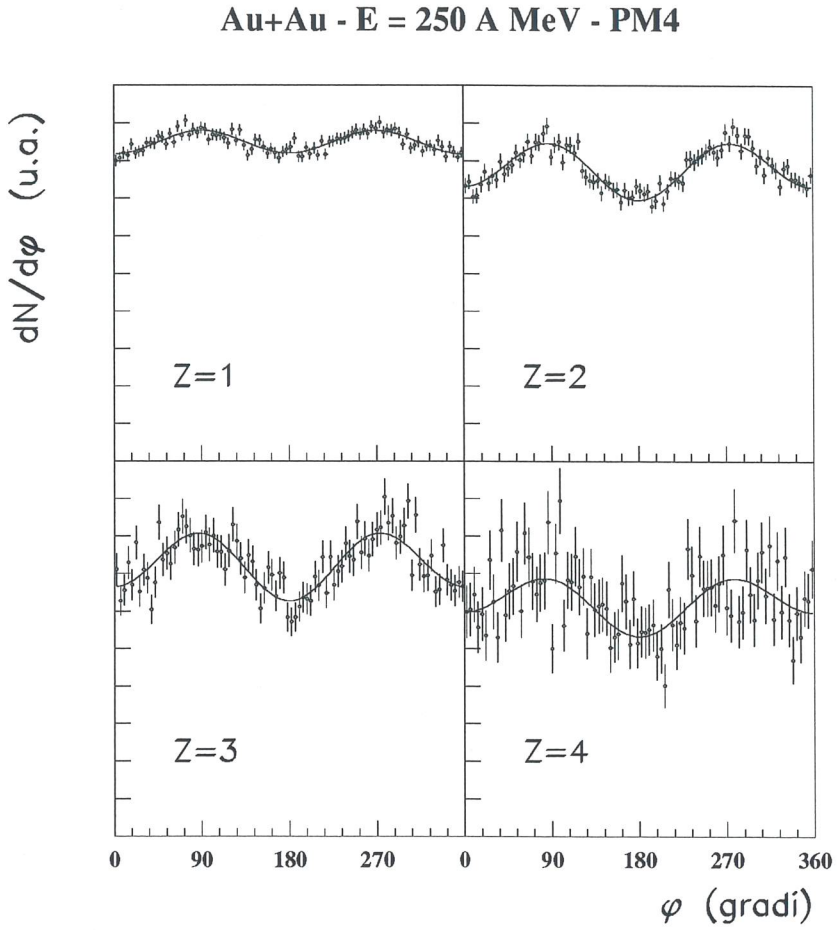


Figura 7.2: Distribuzioni azimutali del numero di particelle emesse per l'intervallo di molteplicità PM4 a 250 A MeV. L'ordinata è lineare e comincia allo 0. Gli errori sono solo di natura statistica. Le curve interpolano i dati come descritto nel testo.

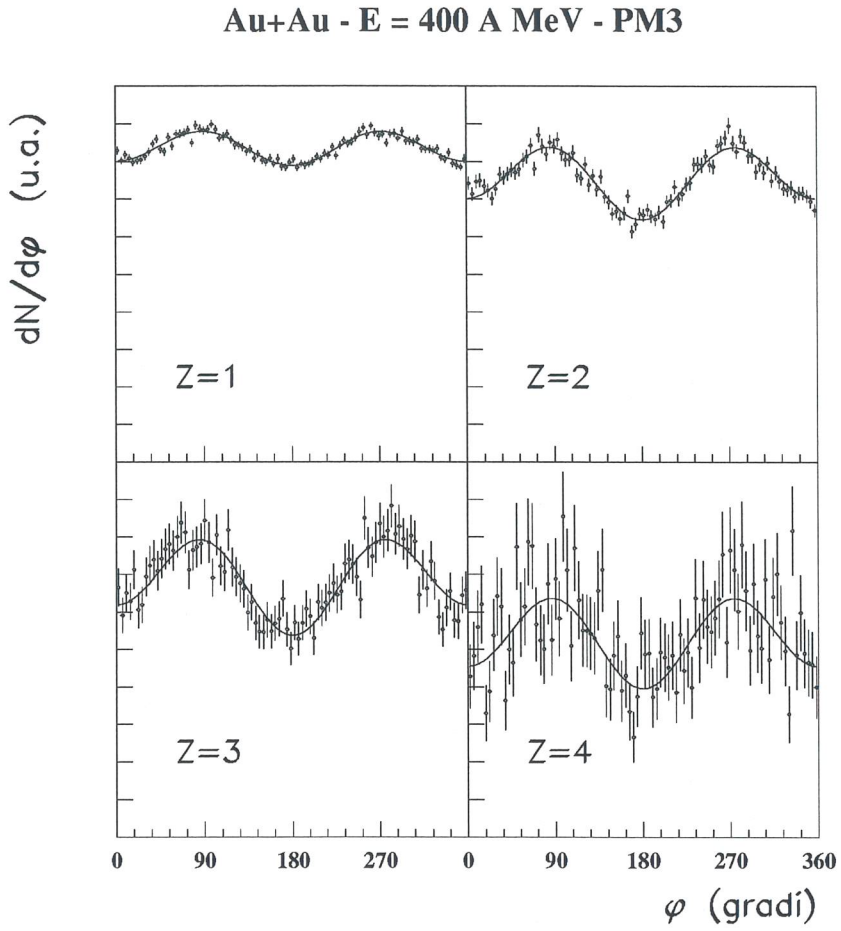


Figura 7.3: Distribuzioni azimutali del numero di particelle emesse per l'intervallo di molteplicità PM3 a 400 A MeV. L'ordinata è lineare e comincia allo 0. Gli errori sono solo di natura statistica. Le curve interpolano i dati come descritto nel testo.

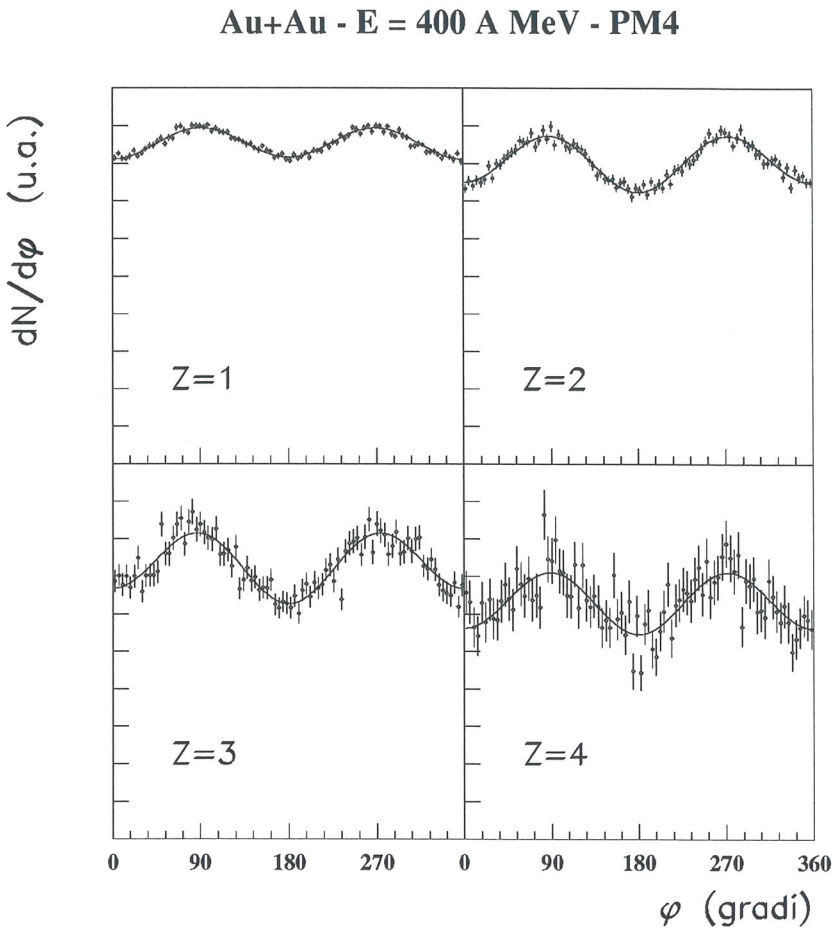


Figura 7.4: Distribuzioni azimutali del numero di particelle emesse per l'intervallo di molteplicità PM4 a 400 A MeV. L'ordinata è lineare e comincia allo 0. Gli errori sono solo di natura statistica. Le curve interpolano i dati come descritto nel testo.

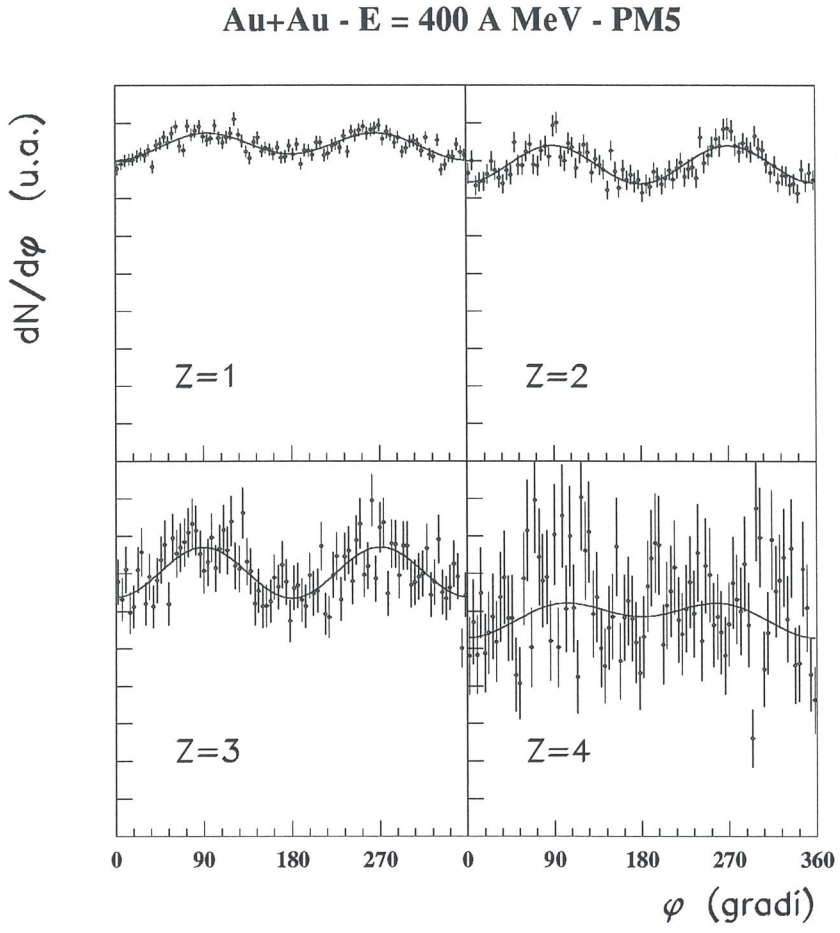


Figura 7.5: Distribuzioni azimutali del numero di particelle emesse per l'intervallo di molteplicità PM5 a 400 A MeV. L'ordinata è lineare e comincia allo 0. Gli errori sono solo di natura statistica. Le curve interpolano i dati come descritto nel testo.

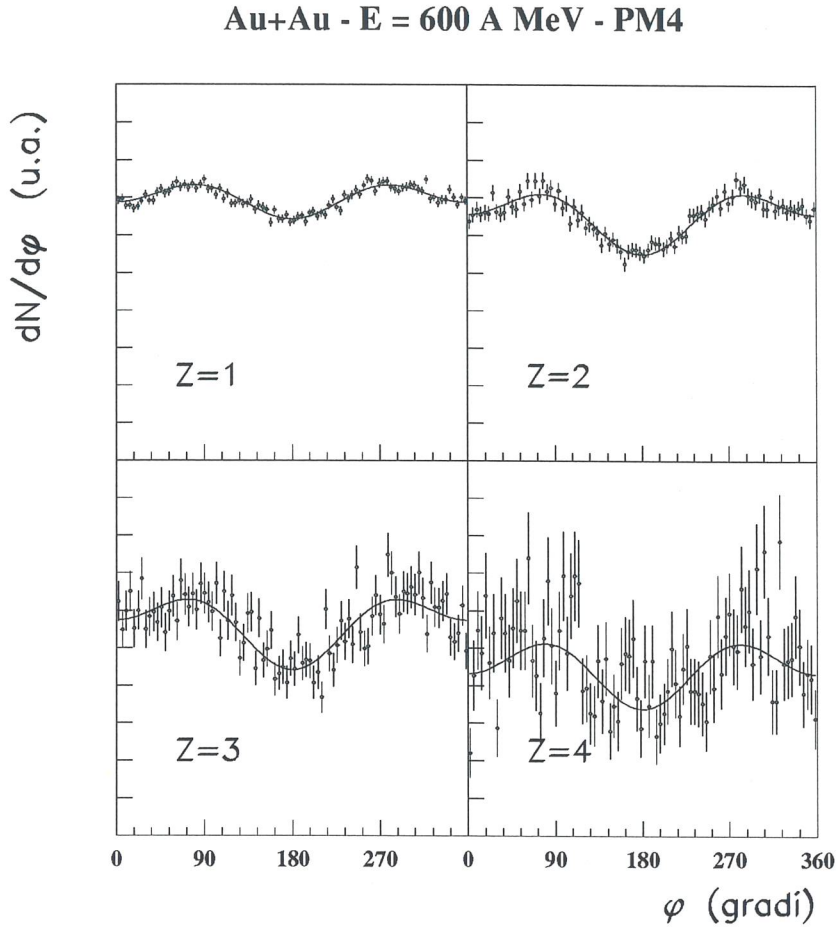


Figura 7.6: Distribuzioni azimutali del numero di particelle emesse per l'intervallo di molteplicità PM4 a 600 A MeV. L'ordinata è lineare e comincia allo 0. Gli errori sono solo di natura statistica. Le curve interpolano i dati come descritto nel testo.

dati, seppure analizzati in questo modo, sono di interesse per gli studi teorici [Gre 93] ed esistono inoltre recenti lavori in cui il flusso di neutroni [Lei 93] e pioni [Bri 93, Ven 93] viene evidenziato nello stesso modo. Nella figura 7.8 è riportata anche la dipendenza del parametro R_N dal numero atomico delle particelle. Anche qui è chiara la tendenza evidenziata nella figura 7.7: lo *schizzo esterno* è tanto più intenso quanto più pesanti sono i frammenti.

Sono state fatte simulazioni di tipo Monte Carlo per valutare l'influenza dell'accettanza del rivelatore sulle misure. In questo caso la scarsa statistica per gli eventi generati con QMD e IQMD è ancora più importante che nel caso del parametro di flusso F, perché entro uno stretto intervallo di rapidità si deve valutare la dipendenza azimutale delle osservabili. Non è stato dunque possibile selezionare singoli valori della carica, tuttavia la statistica era sufficiente per investigare il comportamento azimutale integrando sulla carica dei frammenti. Nella tabella 7.1 viene presentato il rapporto $R_N^{f.}/R_N^{n.f.}$ tra il parametro di *schizzo esterno* per eventi filtrati e non filtrati attraverso l'accettanza del rivelatore considerando tutte le particelle con $Z \geq 1$.

$Z \geq 1$	$R_N^{f.}/R_N^{n.f.}$		
E/A (MeV)	PM3	PM4	PM5
250	0.88	0.91	0.94
400	0.90	0.93	0.87
600	0.86	0.87	0.90

Tabella 7.1: Rapporto tra il parametro R_N per eventi simulati filtrati e non filtrati, integrando su tutti i frammenti ($Z \geq 1$).

Si è dunque visto che, durante una collisione, le particelle partecipanti preferiscono essere emesse perpendicolarmente rispetto al piano di reazione quanto più esse sono pesanti. Ma che cosa accade dal punto di vista della velocità (o dell'energia cinetica) di questi prodotti di reazione ? La risposta è contenuta nelle figure 7.9, 7.10, 7.11, 7.12 e 7.13, in cui è riportata la dipendenza azimutale del valore medio degli spettri dell'energia cinetica trasversa per nucleone $< E_{kT}/A >$ ($E_{kT} \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{p_T^2 + m^2} - m$).

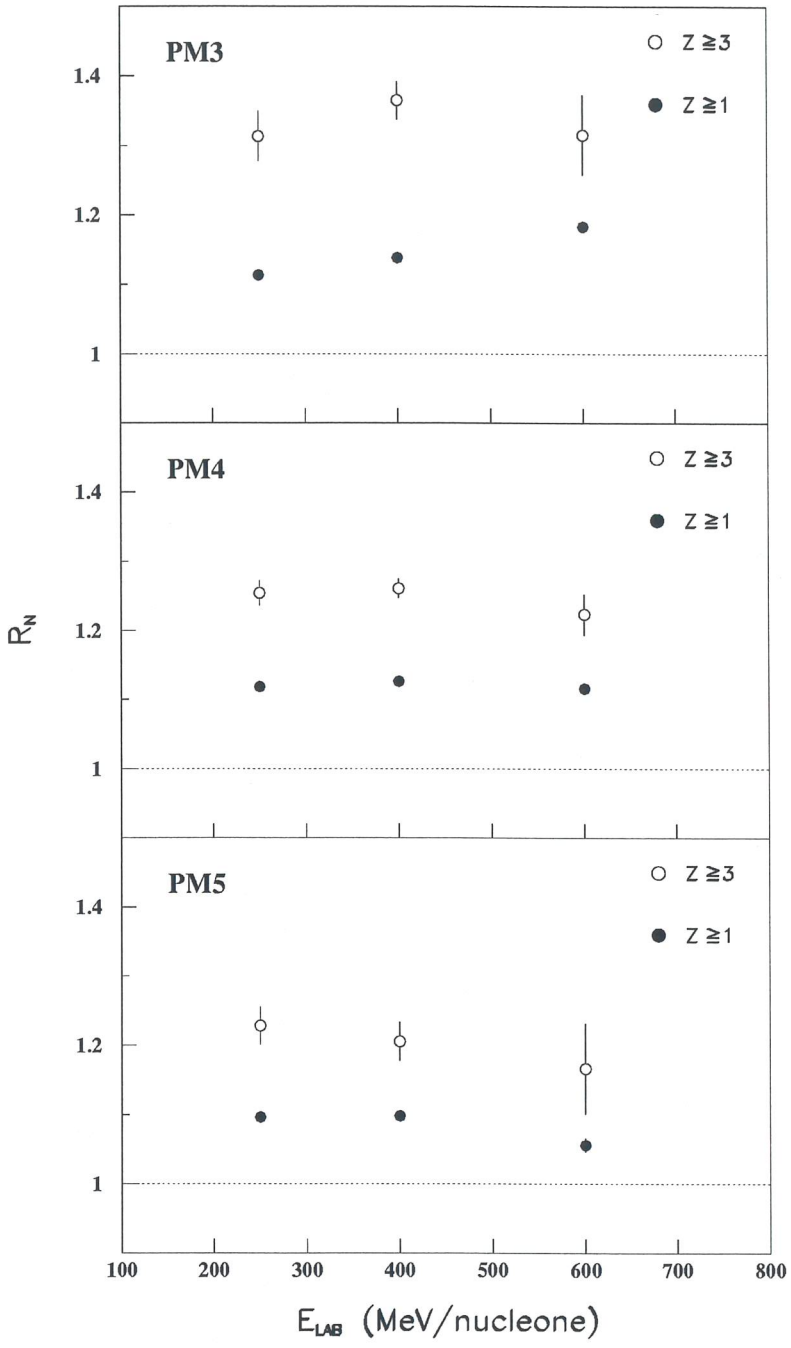


Figura 7.7: Parametro R_N per particelle con $Z \geq 1$ e $Z \geq 3$ al variare di energia di bombardamento e centralità della collisione. Gli errori sono di natura statistica come ottenuti dall'interpolazione.

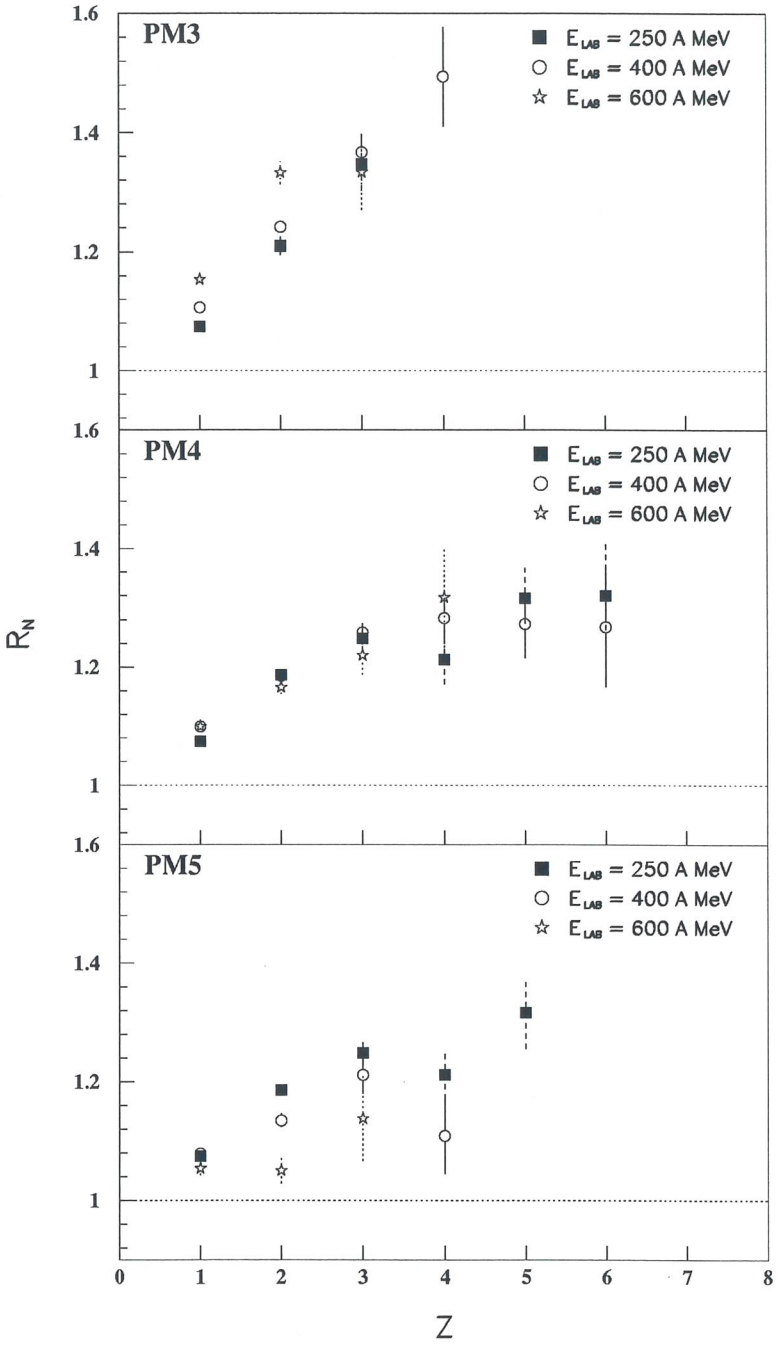


Figura 7.8: Parametro R_N in funzione del numero atomico Z al variare di energia di bombardamento e centralità della collisione. Gli errori sono di natura statistica come ottenuti dall'interpolazione.

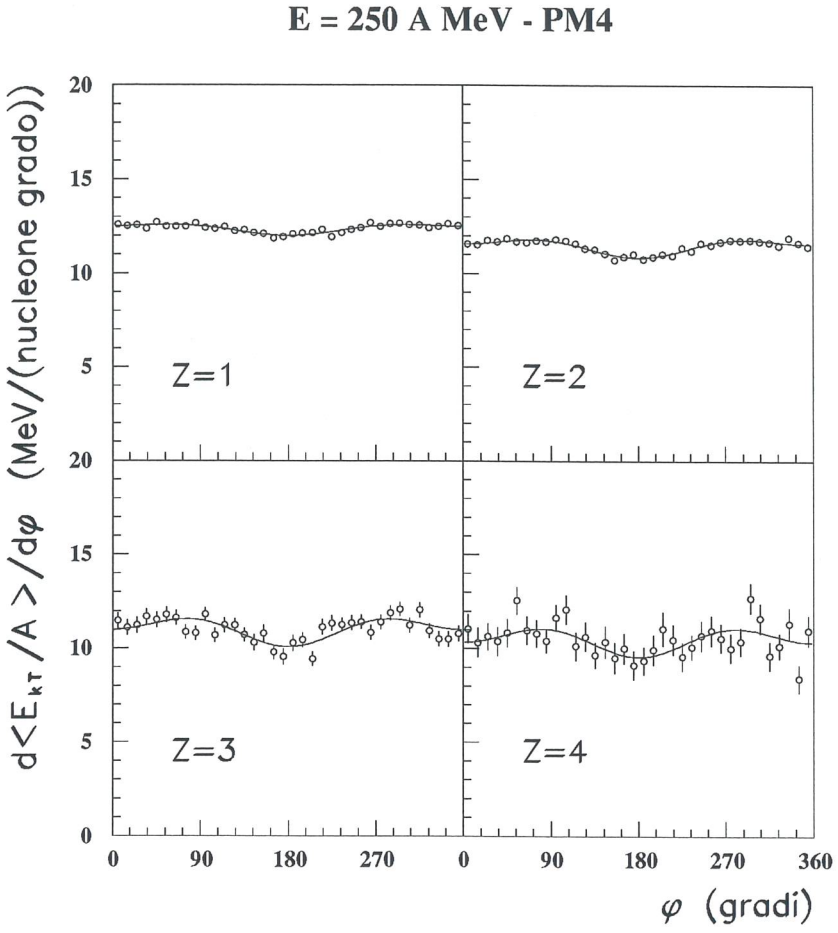


Figura 7.9: Distribuzioni azimutali di $< E_{kT}/A >$ per l'intervallo di molteplicità PM4 a 250 A MeV. Gli errori sono solo di natura statistica. Le curve interpolano i dati come descritto nel testo.

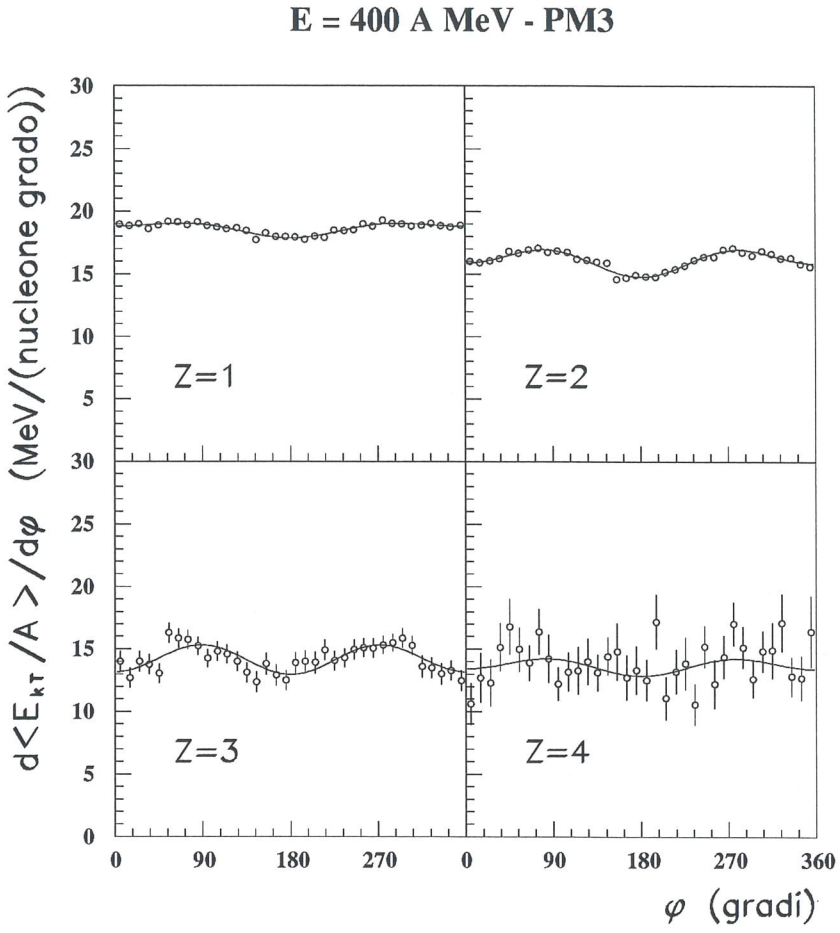


Figura 7.10: Distribuzioni azimutali di $< E_{kT}/A >$ per l'intervallo di molteplicità PM3 a 400 A MeV. Gli errori sono solo di natura statistica. Le curve interpolano i dati come descritto nel testo.

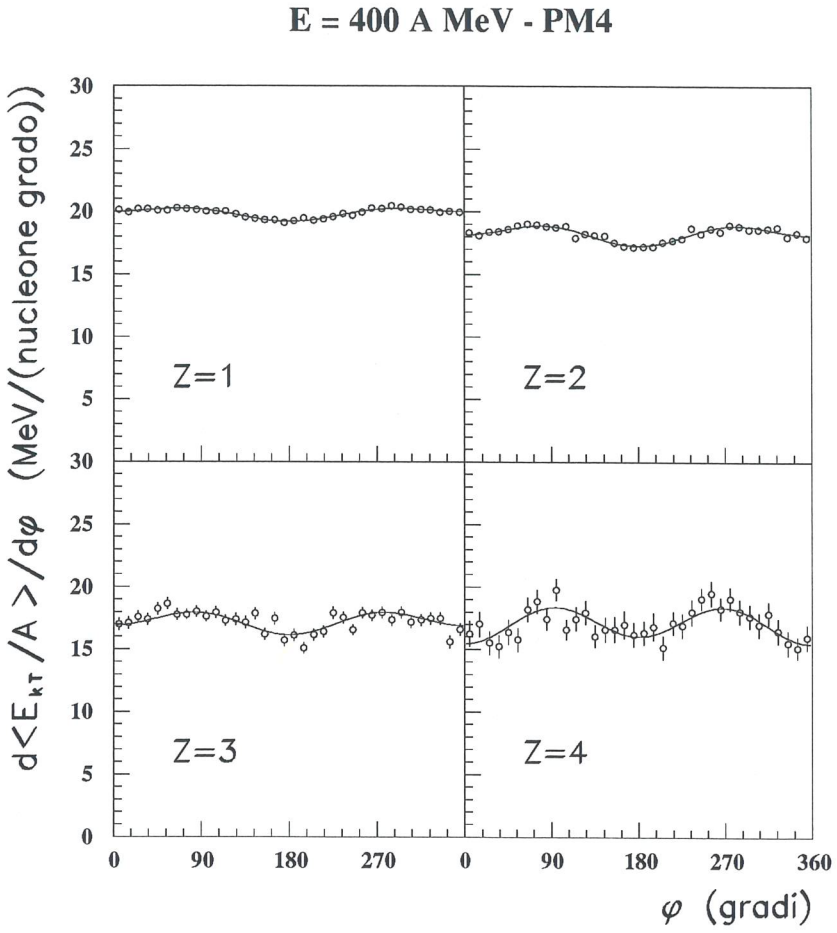


Figura 7.11: Distribuzioni azimutali di $< E_{kT}/A >$ per l'intervallo di molteplicità PM4 a 400 A MeV. Gli errori sono solo di natura statistica. Le curve interpolano i dati come descritto nel testo.

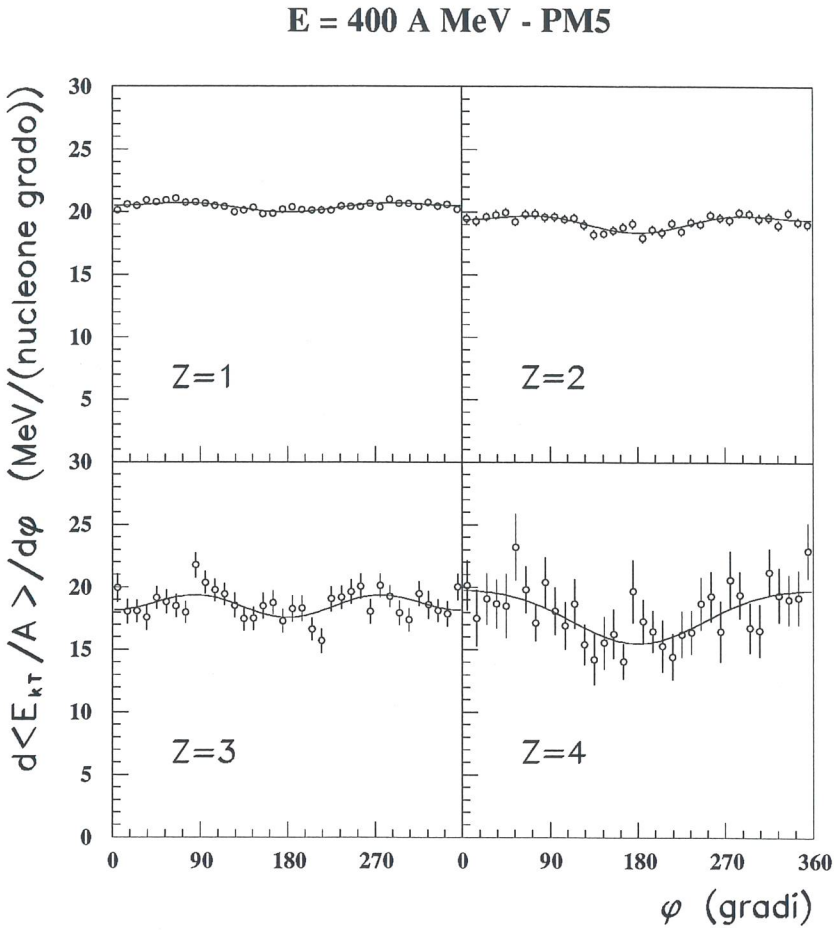


Figura 7.12: Distribuzioni azimutali di $< E_{kT}/A >$ per l'intervallo di molteplicità PM5 a 400 A MeV. Gli errori sono solo di natura statistica. Le curve interpolano i dati come descritto nel testo.

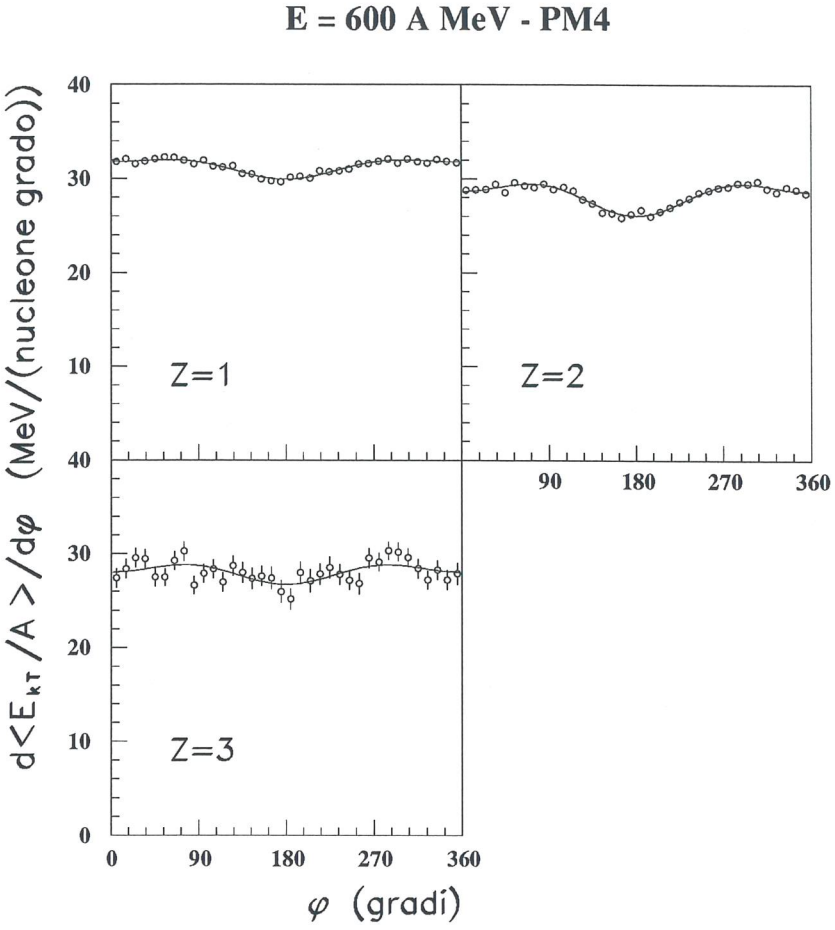


Figura 7.13: Distribuzioni azimutali di $< E_{kT}/A >$ per l'intervallo di molteplicità PM4 a 600 A MeV. Gli errori sono solo di natura statistica. Le curve interpolano i dati come descritto nel testo.

Anche per queste variabili si può notare il doppio picco corrispondente a $\varphi = 90^0$ e 270^0. È quindi evidente che le particelle spremute fuori dal piano di reazione, oltre ad essere prodotte più copiosamente in numero, sono anche più calde (energetiche).

In analogia con quanto fatto per $dN/d\varphi$ anche le distribuzioni $d < E_{kT}/A > /d\varphi$ sono state interpolate con la funzione 7.1 (nelle interpolazioni fatte il χ^2 per grado di libertà variava tra 0.6 e 1.55). Si definisce quindi il parametro R_E:

$$R_E = \frac{< E_{kT}/A > (90^0) + < E_{kT}/A > (270^0)}{< E_{kT}/A > (0^0) + < E_{kT}/A > (180^0)} \quad . \tag{7.3}$$

R_E esprime quanto velocemente le particelle emesse perpendicolarmente al piano di reazione fluiscono rispetto a quelle emesse nel piano stesso. Nella figura 7.14 si può osservare l'andamento di questo parametro rispettivamente nei casi di particelle con $Z \geq 1$ e $Z \geq 3$, mentre nella figura 7.15 è presentata la sua dipendenza dal numero atomico Z dei prodotti di reazione, dalla centralità della collisione e dall'energia di bombardamento. Poiché il parametro è maggiore di 1, le particelle emesse fuori del piano di reazione sono più veloci in confronto a quelle emesse entro il piano e l'effetto aumenta con le dimensioni dei frammenti con dipendenza che appare lineare; tuttavia i valori sono inferiori rispetto a quelli del parametro R_N. Anche la Collaborazione Palla di Plastica ha osservato che le distribuzioni azimutali del numero di particelle emesse presentano, intorno a 90^0 e 270^0, dei massimi più pronunciati rispetto alle distribuzioni di una variabile cinematica che dipende dalla velocità delle particelle (in quel caso si era utilizzato l'impulso trasverso medio per nucleone $< p_T/A >$ [Gut 89b]). È necessario però puntualizzare che il rivelatore FOPI, a causa del limite geometrico di 30^0 taglia le distribuzioni dell'energia cinetica trasversa per nucleone: nella figura 7.16a vi sono le distribuzioni azimutali di $< E_{kT}/A >$ per eventi di IQMD filtrati e non filtrati attraverso l'accettanza dell'apparato sperimentale. Tuttavia normalizzando opportunamente gli istogrammi in modo da potere confrontare visulamente in modo diretto la loro forma (figura 7.16b) si può osservare che il segnale R_E, dato dal rapporto dell'energia cinetica media per nucleone delle particelle che fluiscono perpendicolarmente al piano di reazione e di quelle emesse

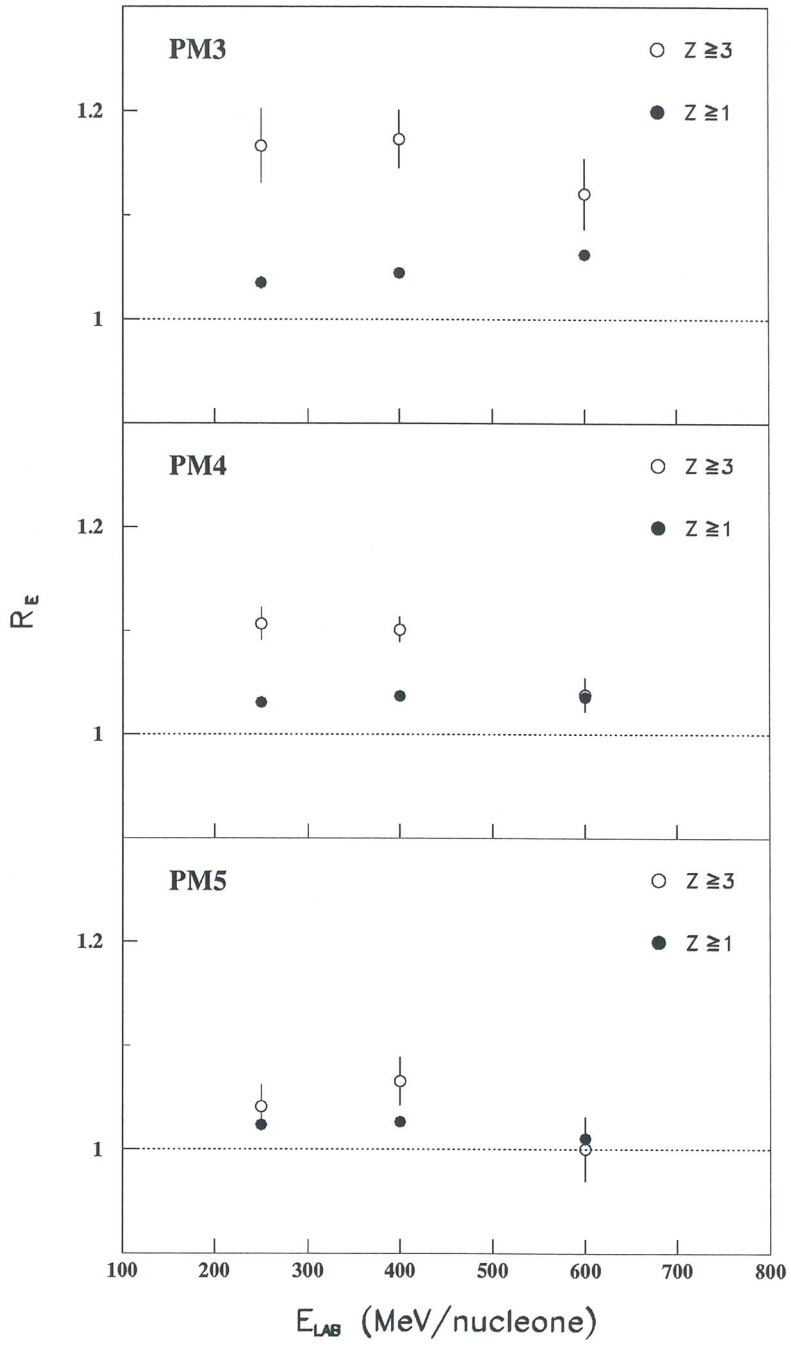


Figura 7.14: Parametro R_E per i frammenti $Z \geq 1$ e $Z \geq 3$ al variare di energia di bombardamento e centralità della collisione. Gli errori sono di natura statistica come ottenuti dall'interpolazione.

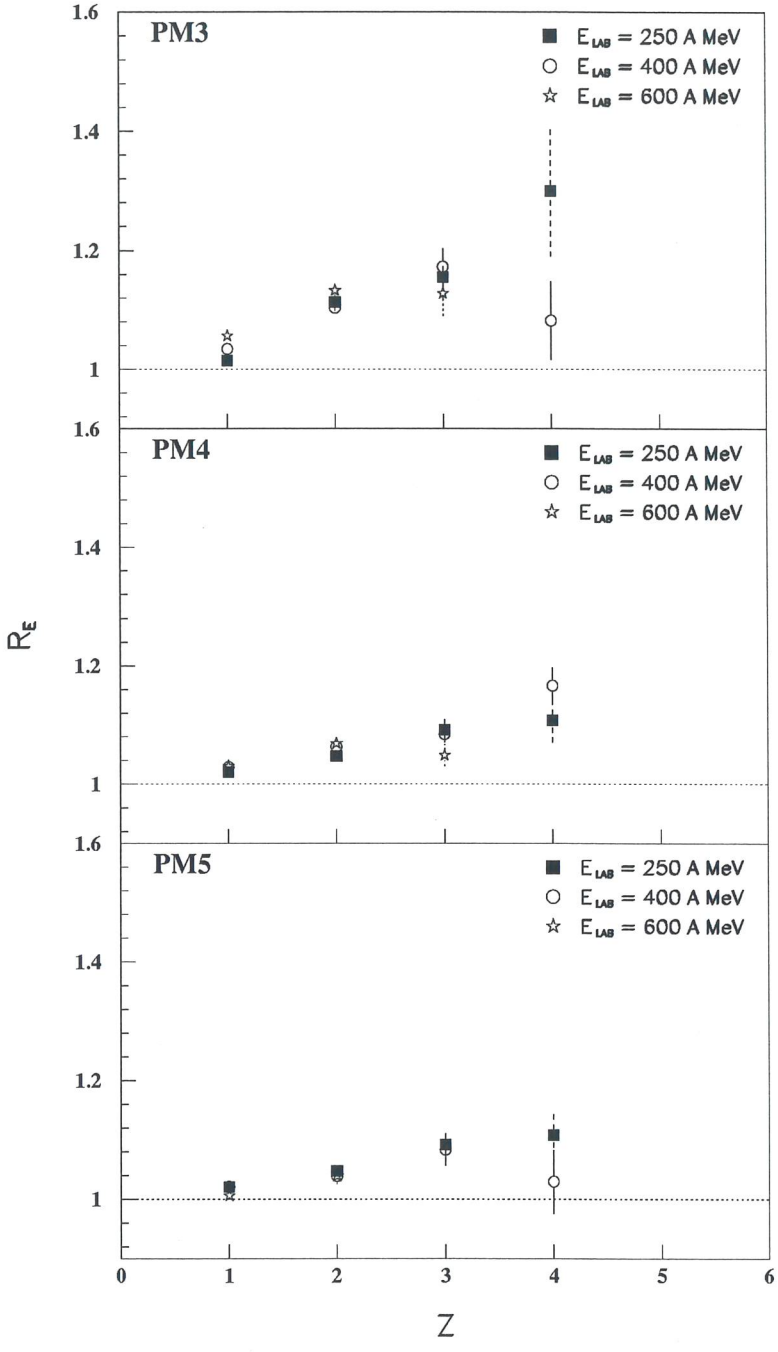


Figura 7.15: Parametro R_E in funzione del numero atomico Z dei frammenti al variare di energia di bombardamento e centralità della collisione. Gli errori sono di natura statistica come ottenuti dall'interpolazione.

parallelamente a questo piano, non viene molto distorto, per cui ha senso investigare il comportamento del parametro R_E.

$Z \geq 1$	$R_E^{f.}/R_E^{n.f.}$
E/A (MeV)	PM4
250	0.95
400	1.01
600	0.90

Tabella 7.2: Rapporto tra il parametro R_E per eventi simulati filtrati e non filtrati, integrando su tutti i frammenti con $Z \geq 1$.

Si è quindi proceduto, utilizzando gli eventi generati con i modelli QMD e IQMD , nella stima quantitativa dell'influenza dell'accettanza del rivelatore sul parametro R_E (tabella 7.2). Anche in tal caso la povertà di statistica disponibile per gli eventi simulati ha forzato una valutazione ristretta soltanto all'intervallo PM4 integrando su tutti i valori del numero atomico dei frammenti prodotti ($Z \geq 1$).

In conclusione in questo capitolo è stato studiato lo *schizzo esterno* per la reazione Au+Au alle energie di bombardamento di 250, 400 e 600A MeV, con particolare attenzione alla dipendenza del fenomeno dalle dimensioni dei frammenti emessi. È stato evidenziato che:

- i prodotti di reazione della regione partecipante preferiscono essere emessi fuori dal piano di reazione quanto più essi sono pesanti;
- i frammenti emessi fuori del piano di reazione, oltre ad essere prodotti più copiosamente, sono anche più veloci rispetto a quelli che fluiscono entro il piano di reazione.

Una spiegazione intuitiva di questo comportamento può essere ottenuta pensando alla forma globale approssimativamente ellissoidale dell'evento. L'analisi dello *schizzo esterno* corrisponde ad una sezione dell'ellissoide con un piano normale all'asse maggiore dell'ellissoide (l'asse di flusso) e passante per il suo centro (anche se, come precedentemente spiegato, nell'analisi eseguita in questo capitolo il piano era normale all'asse del fascio). Tale sezione

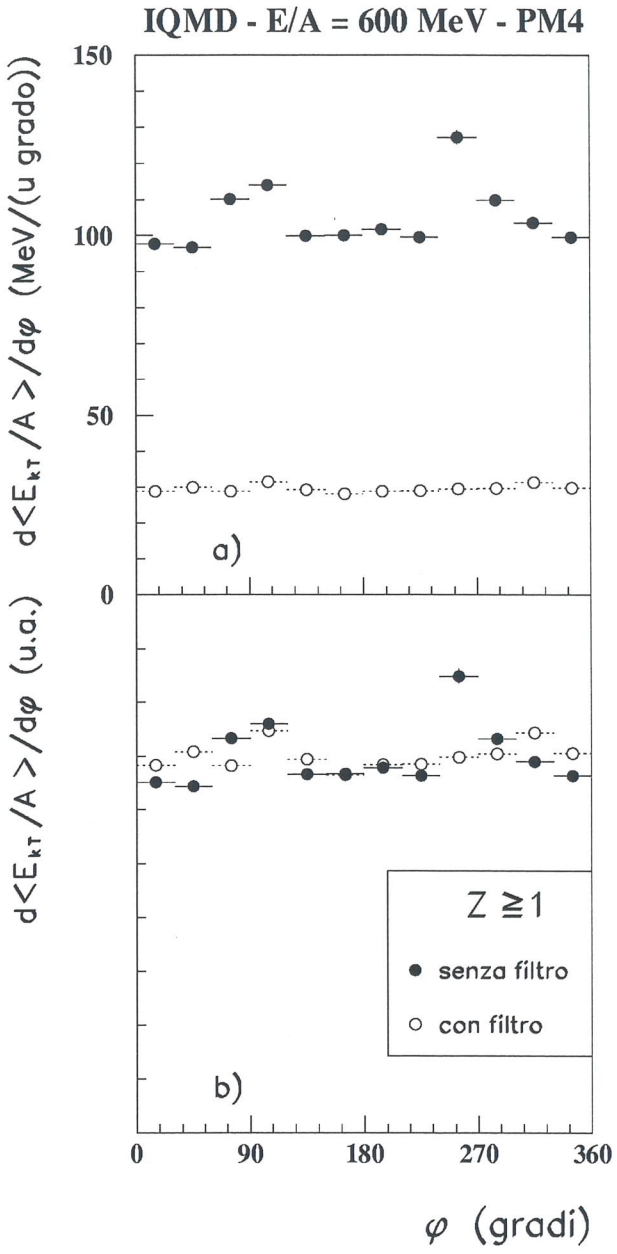


Figura 7.16: Sopra: distribuzioni azimutali, per eventi di IQMD non filtrati (•) e filtrati (o) attraverso l'accettanza del rivelatore, di $< E_{kT}/A >$ per l'intervallo di molteplicità PM4 a $600A$ MeV e considerando tutte le particelle con $Z \geq 1$. Sotto: gli stessi istogrammi sono opportunamente normalizzati in modo da poterne confrontare la forma.

è un'ellisse, il cui asse maggiore è perpendicolare al piano di reazione. La forma ellittica può essere pensata come originata da un moto ordinato collettivo diretto perpendicolarmente al piano di reazione a cui è sovraimposto un moto termico casuale (corrispondente ad un cerchio nel piano sezionante). Si è detto che la velocità collettiva dovrebbe essere costante indipendentemente dalle dimensioni dei frammenti mentre la velocità termica dovrebbe avere una dipendenza del tipo $1/\sqrt{A}$ dal loro numero di massa, e quindi divenire meno importante all'aumentare delle dimensioni. I parametri R_N e R_E, in prima approssimazione, corrispondono al rapporto tra i due assi di questa ellisse, in cui l'asse maggiore è fornito dalla somma dei contributi collettivo e termico, mentre l'asse minore (nel piano di reazione) è determinato essenzialmente dal moto termico. In tal modo si potrebbe pensare che i vari parametri aumentano con Z a causa della diminuzione dell'importanza del moto statistico di natura termica con le dimensioni dei frammenti.

Capitolo 8

Sezioni d'urto differenziali triple

In un articolo del 1982 [Stö 82] si suggeriva la misura delle sezioni d'urto differenziali triple $d^3\sigma/dp^3$ negli esperimenti con rivelatori 4π capaci di misure esclusive. Questo perché tale quantità risulterebbe molto più efficace per investigare la dinamica della collisione rispetto all'analisi mediante variabili globali quali, per esempio, l'angolo di flusso. Veniva inoltre suggerito di svolgere tale analisi in funzione delle dimensioni dei prodotti di reazione (ossia della loro massa) in varie regioni dello spazio degli impulsi, poiché gli aggregati nucleari dovrebbero fluire più allineati rispetto ai nucleoni liberi. Questo perché, come già esposto nei capitoli precedenti, essendo gli aggregati più pesanti, alla stessa temperatura essi hanno una velocità termica inferiore rispetto ai nucleoni liberi, così che le loro distribuzioni dovrebbero essere sparpagliate di meno dai moti termici casuali. Si concludeva quindi affermando che la misura delle sezioni d'urto differenziali triple congiunta ad un'analisi in massa dei frammenti prodotti sarebbe stata uno strumento unico per capire da un punto di vista microscopico la dinamica della reazione.

Questa idea veniva ripresa in una rivista di rassegna dell'esperimento Palla di Plastica al Bevalac [Gut 89a], ove si suggeriva di svolgere questo tipo di analisi negli esperimenti 4π della seconda generazione e se ne proponeva il metodo.

8.1 Descrizione del metodo

La definizione di sezione d'urto differenziale tripla è strettamente legata alla ricostruzione del piano di reazione, poiché le variabili angolari devono essere definite in un sistema di riferimento cartesiano solidale al piano di reazione stesso.

Concettualmente si è accoppiata l'analisi in impulso trasverso per la ricostruzione del piano di reazione al tensore di flusso di energia cinetica per stimare l'angolo di flusso nel piano di reazione così determinato [Gut 89b].

Inizialmente le componenti delle quantità di moto nel CM sono espresse in termini di un sistema cartesiano levogiro $Oxyz$ nello spazio degli impulsi individuato dai versori

$$\hat{x} = (1,0,0) \tag{8.1}$$

$$\hat{y} = (0,1,0) \tag{8.2}$$

$$\hat{z} = (0,0,1), \tag{8.3}$$

con $\hat{z}$ che punta nella direzione del fascio.

Il piano di reazione $x'z$ è ricostruito mediante il vettore $\vec{Q}$ (rimuovendo le autocorrelazioni). Si considera quindi un nuovo sistema cartesiano in cui l'asse positivo x' è definito dal vettore $\vec{Q}$. La nuova terna trirettangola levogira $Ox'y'z'$ è quindi ottenuta ruotando attorno all'asse z quella iniziale $Oxyz$ di un angolo pari all'angolo azimutale del piano di reazione ricostruito, ed è perciò individuata dai tre versori

$$\hat{x'} = (\frac{Q_x}{Q}, \frac{Q_y}{Q}, 0) \tag{8.4}$$

$$\hat{y'} = (-\frac{Q_y}{Q}, \frac{Q_x}{Q}, 0) \tag{8.5}$$

$$\hat{z'} = \hat{z} = (0,0,1) \ . \tag{8.6}$$

In tale sistema cartesiano si costruisce il tensore di flusso cinetico:

$$F = \begin{pmatrix} F_{x'x'} & F_{x'y'} & F_{x'z} \\ F_{x'y'} & F_{y'y'} & F_{y'z} \\ F_{x'z} & F_{y'z} & F_{zz} \end{pmatrix} \ . \tag{8.7}$$

Si fa quindi l'ipotesi che il piano di reazione ricostruito con il metodo di Danielewicz e Odyniec coincida con quello che si otterrebbe con il metodo del tensore di flusso cinetico, per cui, per ragioni legate alle proprietà di simmetria per riflessione dell'ellissoide, si pone, evento per evento, $F_{y'z} = F_{x'y'} = 0$. Diagonalizzando F così semplificato, l'equazione agli autovalori

$$\det(F - \lambda 1) = 0 \tag{8.8}$$

di terzo grado in λ risulta disaccoppiabile in due equazioni:

$$\begin{cases} F_{y'y'} - \lambda = 0 \\ \lambda^2 - \lambda(F_{x'x'} + F_{zz}) + F_{x'x'}F_{zz} - F_{x'z}^2 = 0 \ . \end{cases} \tag{8.9}$$

La prima equazione descrive il moto lungo la direzione y' perpendicolare al piano di reazione, la seconda contiene le informazioni sull'ellisse ottenuta sezionando l'ellissoide con il piano di reazione stesso. Si risolve quest'ultima equazione di secondo grado in λ e se ne determinano gli autovalori λ_+ e λ_- (con $\lambda_+ \geq \lambda_-$). L'angolo formato dall'autovettore corrispondente a λ_+ e dall'asse z del fascio è l'angolo di flusso:

$$\tan \vartheta_F = \frac{\lambda_+ - F_{zz}}{F_{x'z}} \ . \tag{8.10}$$

Nell'analisi l'ellisse è stata costruita considerando solo le particelle emesse nell'emisfero in avanti nel sistema del CM, e riflettendone gli impulsi nel CM rispetto all'origine.

Per studiare la sezione d'urto differenziale tripla, bisogna restringere l'analisi a zone ristrette nello spazio degli impulsi in cui caratterizzare la reazione. Si definisce dunque un cono di semiapertura 2^0 attorno all'asse di flusso individuato da ϑ_F, ed un secondo cono ruotato rispetto al primo di un angolo azimutale (valutato rispetto alla terna $Ox'y'z'$) $\varphi = 180^0$ attorno all'asse z, e quindi sempre sul piano di reazione. Questi due coni sono dunque individuati in termini delle coordinate angolari (ϑ, φ), rispetto al sistema di assi cartesiani $Ox'y'z$, da $(\vartheta_F, 0^0)$ e $(\vartheta_F, 180^0)$. Le particelle emesse in coni così costruiti sono caratterizzate, evento per evento, dal medesimo angolo polare nel laboratorio minimizzando in tal modo i problemi di accettanza. Inoltre i coni sono stati definiti in modo tale da rimanere, evento per evento, sempre entro l'accettanza geometrica del rivelatore.

8.2 Risultati sperimentali

Nelle figure 8.1, 8.2, 8.3 , 8.4 e 8.5 si presentano i risultati ottenuti in termini di spettri di energia cinetica per nucleone nel centro di massa E_k^{cm}/A dei prodotti di reazione emessi entro il cono attorno all'asse di flusso ed in quello ruotato azimutalmente di 180^0. In ordinata vi è la sezione d'urto invariante differenziale tripla $Ed^3\sigma/dp^3$ per la particella di numero atomico Z. Si può scrivere:

$$E\frac{d^3\sigma}{dp^3} = E\frac{d^3\sigma}{p^2\ dp\ d\Omega} = \frac{d^3\sigma}{p\ dE_k\ d\Omega}\ . \tag{8.11}$$

Tecnicamente la sezione d'urto per una particella con numero atomico Z è stata calcolata come:

$$\frac{d^3\sigma}{p\ dE_k\ d\Omega} = \sigma_{tot}\frac{d < M(Z) >}{p^{cm}\ \Delta E_k^{cm}\ \Delta\Omega}\ , \tag{8.12}$$

ove:

- σ_{tot} è la sezione d'urto totale per la classe di eventi considerata;
- $< M(Z) >$ è la molteplicità media di frammenti con numero atomico Z emessi entro il dato cono (ossia il numero medio per evento di particelle emesse entro il cono);
- $\Delta\Omega$ è l'angolo solido sotteso dal cono.

Poiché il rivelatore FOPI non misura direttamente impulsi ed energie, ma velocità, si è preferito rappresentare quantità funzioni solo di velocità, e cioè:

$$\frac{E}{A}\frac{d^3\sigma}{d(p/A)^3}\ . \tag{8.13}$$

Si può osservare nelle figure 8.1, 8.2, 8.3, 8.4 e 8.5 che le particelle emesse nella direzione di flusso sono prodotte più copiosamente rispetto a quelle emesse nella direzione ruotata di 180^0, e tale effetto aumenta con la carica. Questo è dovuto al fatto che i frammenti più pesanti, come detto precedentemente, sono meno affetti dai moti termici stocasticamente distribuiti, per cui si muovono in modo collettivo secondo una ben definita direzione. Tale interpretazione è confortata anche dall'evidenza che la larghezza delle distribuzioni diminuisce all'aumentare del numero atomico.

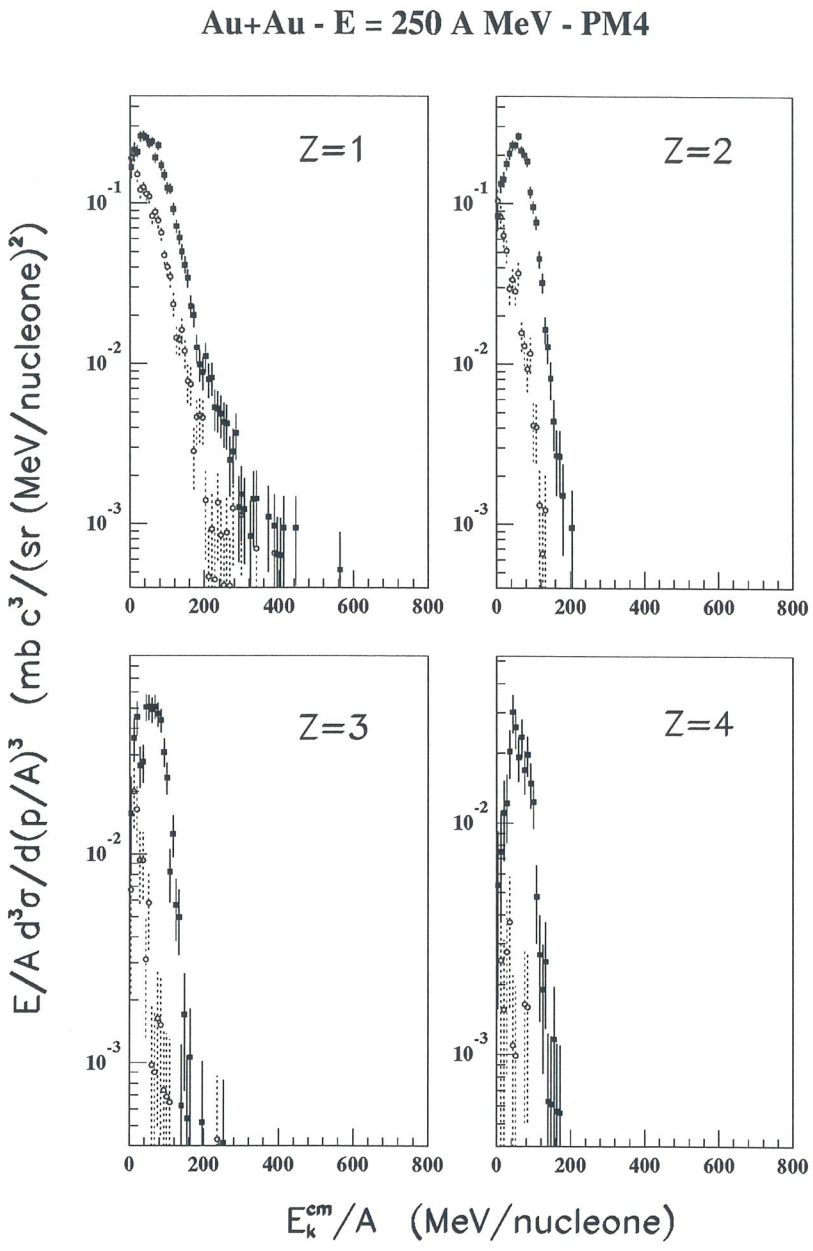


Figura 8.1: Spettri di energia cinetica per nucleone nel CM per eventi relativi all'intervallo di molteplicità PM4 a $250A$ MeV, per particelle nella direzione di flusso (•) e nella direzione ruotata di $\varphi = 180^0$ (○) (eventi con angolo di flusso $10^0 \leq \vartheta_F \leq 25^0$).

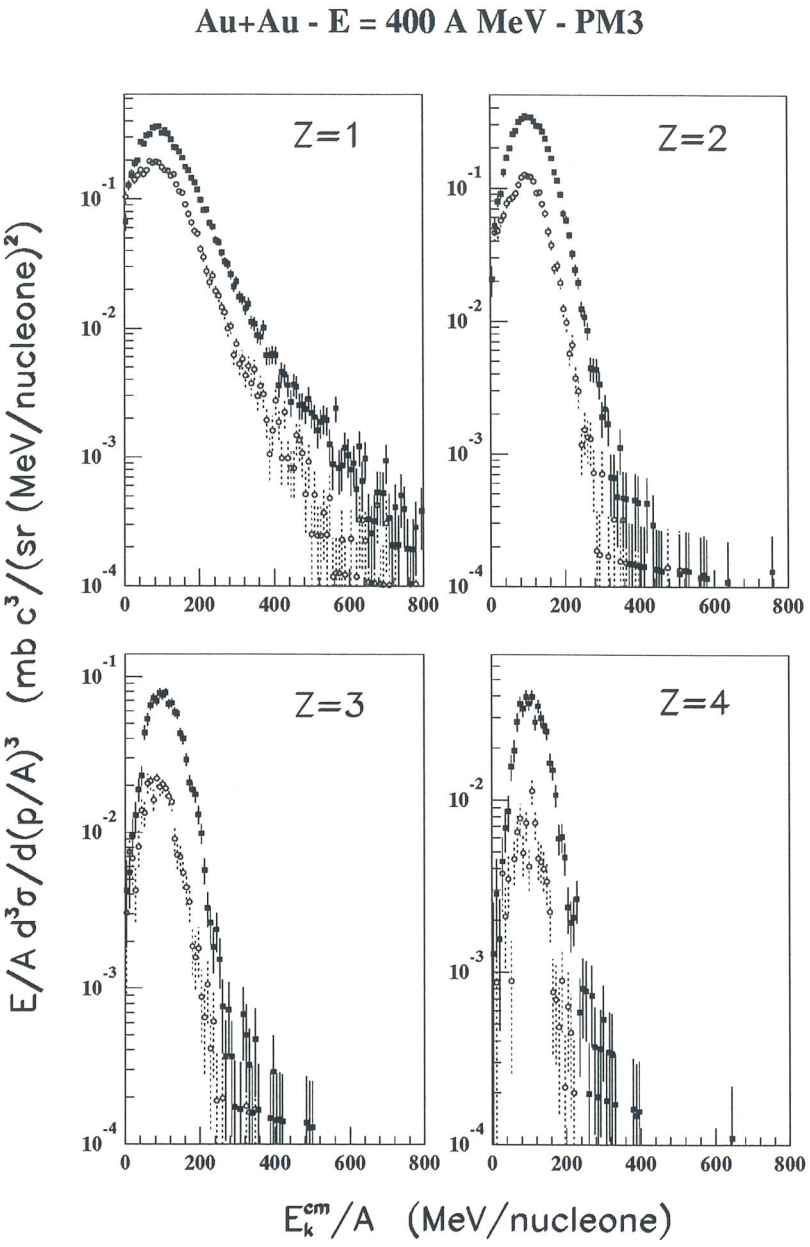


Figura 8.2: Spettri di energia cinetica per nucleone nel CM per eventi relativi all'intervallo di molteplicità PM3 a $400A$ MeV, per particelle nella direzione di flusso (•) e nella direzione ruotata di $\varphi = 180^0$ (○) (eventi con angolo di flusso $5^0 \leq \vartheta_F \leq 20^0$).

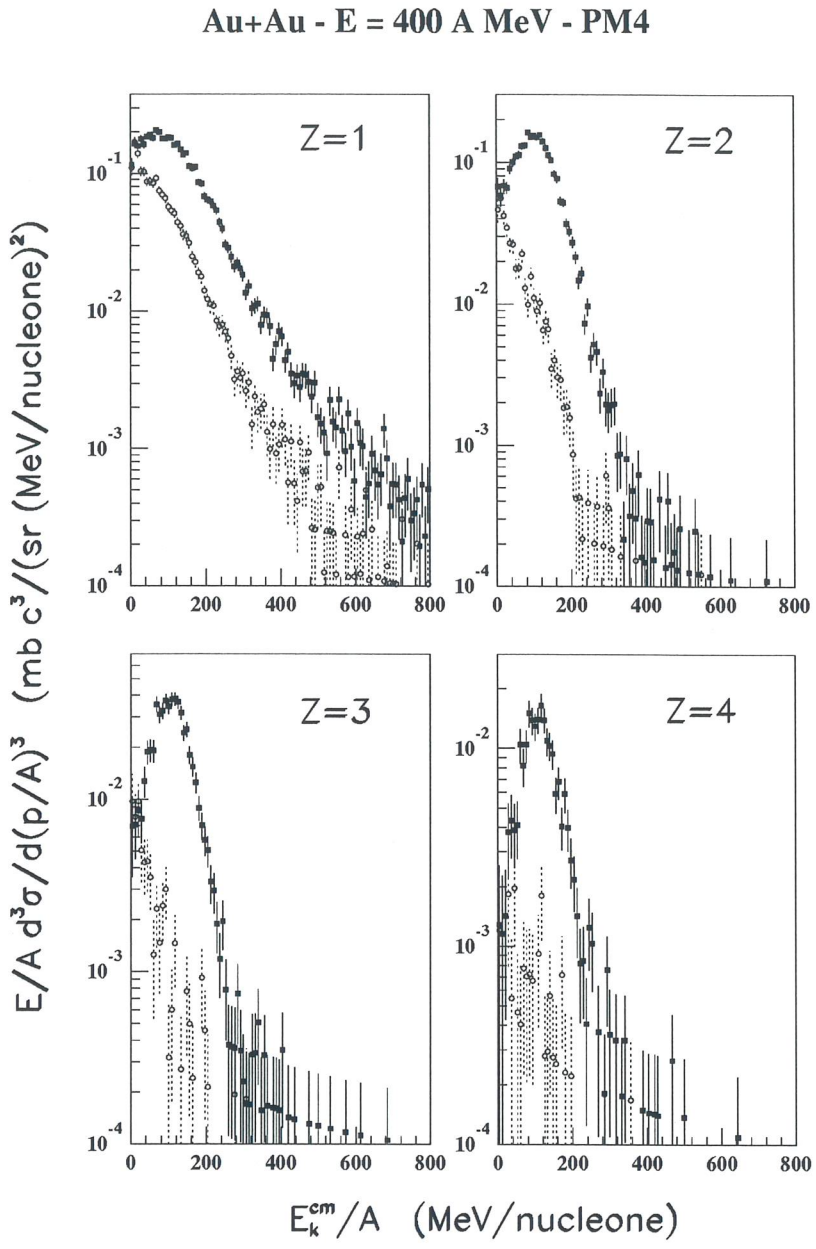


Figura 8.3: Spettri di energia cinetica per nucleone nel CM per eventi relativi all'intervallo di molteplicità PM4 a $400A$ MeV, per particelle nella direzione di flusso (•) e nella direzione ruotata di $\varphi = 180^0$ (○) (eventi con angolo di flusso $10^0 \leq \vartheta_F \leq 25^0$).

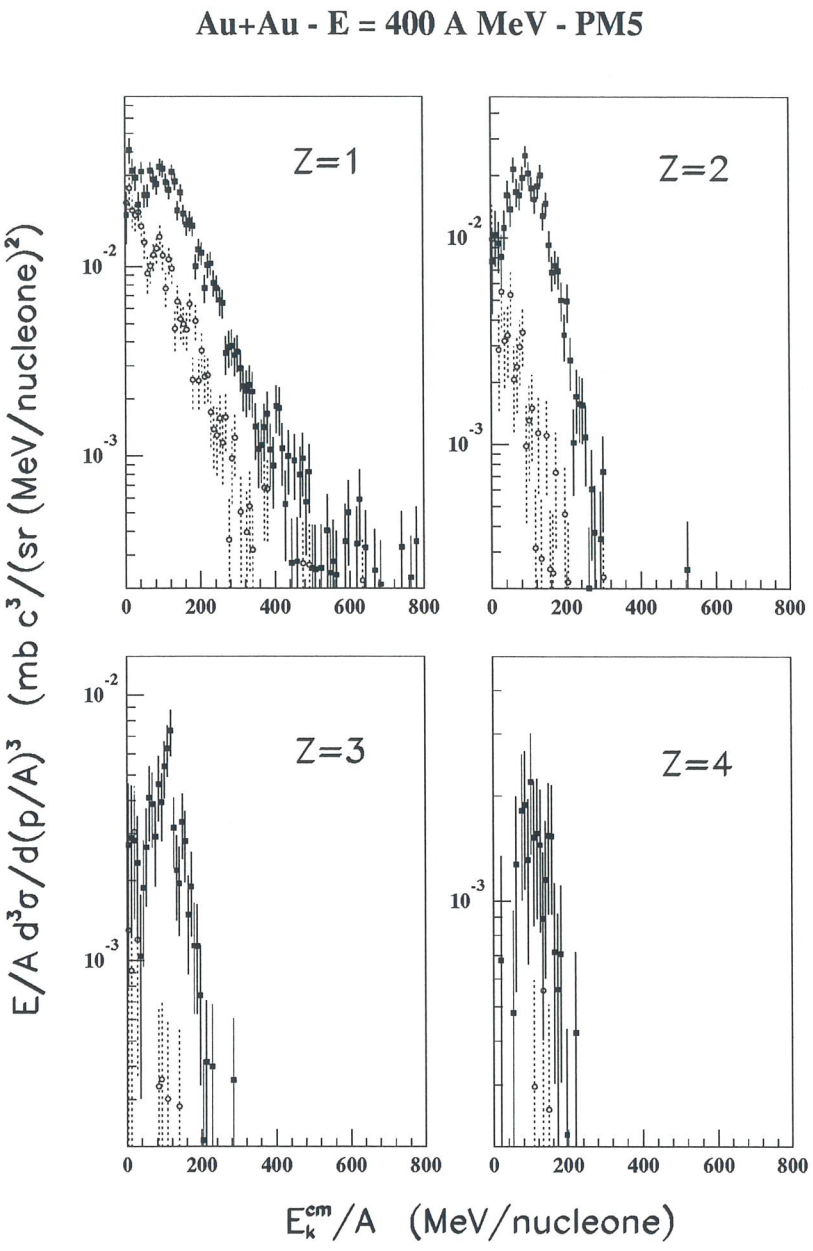


Figura 8.4: Spettri di energia cinetica per nucleone nel CM per eventi relativi all'intervallo di molteplicità PM5 a $400A$ MeV, per particelle nella direzione di flusso (•) e nella direzione ruotata di $\varphi = 180^0$ (○) (eventi con angolo di flusso $10^0 \leq \vartheta_F \leq 25^0$).

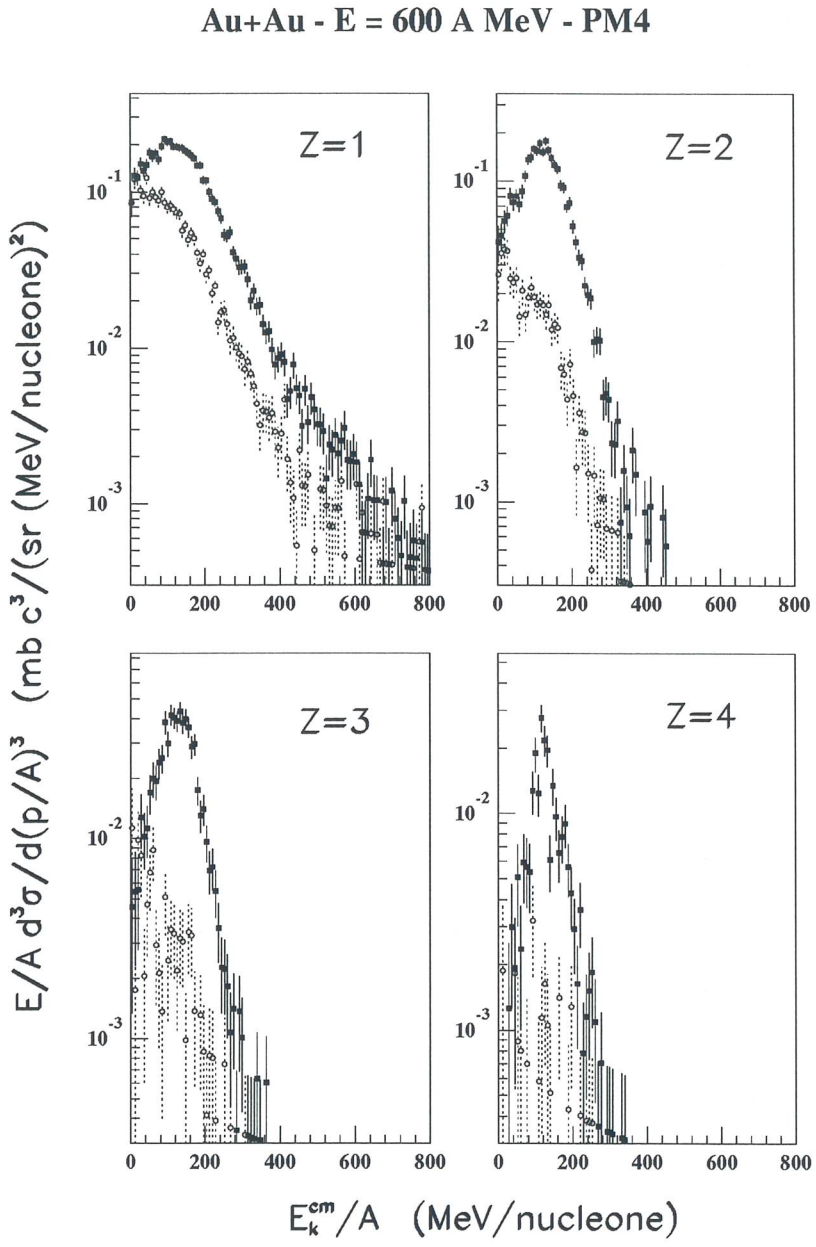


Figura 8.5: Spettri di energia cinetica per nucleone nel CM per eventi relativi all'intervallo di molteplicità PM4 a 600A MeV, per particelle nella direzione di flusso (•) e nella direzione ruotata di $\varphi = 180^0$ (○) (eventi con angolo di flusso $5^0 \leq \vartheta_F \leq 30^0$).

Al fine di meglio caratterizzare gli effetti dinamici, si possono investigare i valori medi dell'energia cinetica per nucleone nel CM $< E_k^{cm}/A >$ dei frammenti emessi nei coni. Nelle figure successive si riportano i valori medi estratti dagli spettri di energia cinetica per nucleone nel CM (le barre di errore, molto piccole, riflettono soltanto la componente di natura statistica dell'errore di misura).

Nella figura 8.6 vi sono i valori medi delle energie cinetiche per nucleone nel CM dei frammenti emessi nella direzione di flusso e nella direzione ruotata di $\varphi = 180^0$ per l'intervallo di molteplicità PM4 (in cui il flusso collettivo laterale è massimo) al variare dell'energia di bombardamento. Si può osservare che:

- i prodotti di reazione emessi nella direzione di flusso sono più veloci;
- per le particelle emesse nella direzione di flusso i valori medi tendono, per ciascuna energia di bombardamento, ad un valore pressoché costante all'aumentare delle dimensioni dei frammenti, in accordo con l'idea che il contributo termico diminuisca e sia dominante la componente collettiva della velocità.

Si trova inoltre che l'energia cinetica media per nucleone delle particelle emesse nella direzione di flusso non dipende molto dall'intervallo di molteplicità considerato (figura 8.7).

Sono stati utilizzati i generatori di eventi di QMD e IQMD per stimare l'effetto dell'accettanza del rivelatore sulle distribuzioni ottenute. Grazie alla bontà del metodo si trova che i valori medi $< E_k^{cm}/A >$ sono praticamente non affetti dal rivelatore. Nella tabella 8.1 si riporta il rapporto $< E_k^{cm}/A >^{f.} / < E_k^{cm}/A >^{n.f.}$ tra i valori medi delle distribuzioni dell' energia cinetica per nucleone nel CM ottenute, rispettivamente, con e senza il filtro sperimentale (a causa della povertà della statistica di eventi simulati vi sono informazioni solo per piccoli valori del numero atomico).

Noto l'asse di flusso, si può ruotare la terna cartesiana $Ox'y'z'$ attorno all'asse y' di un angolo polare ϑ_F. Si ottiene dunque una nuova terna trirettangola levogira $Ox''y''z''$, individuata dai versori:

$$\hat{x''} = (\frac{Q_x}{Q}\cos\vartheta_F, \frac{Q_y}{Q}\cos\vartheta_F, -\sin\vartheta_F) \qquad (8.14)$$

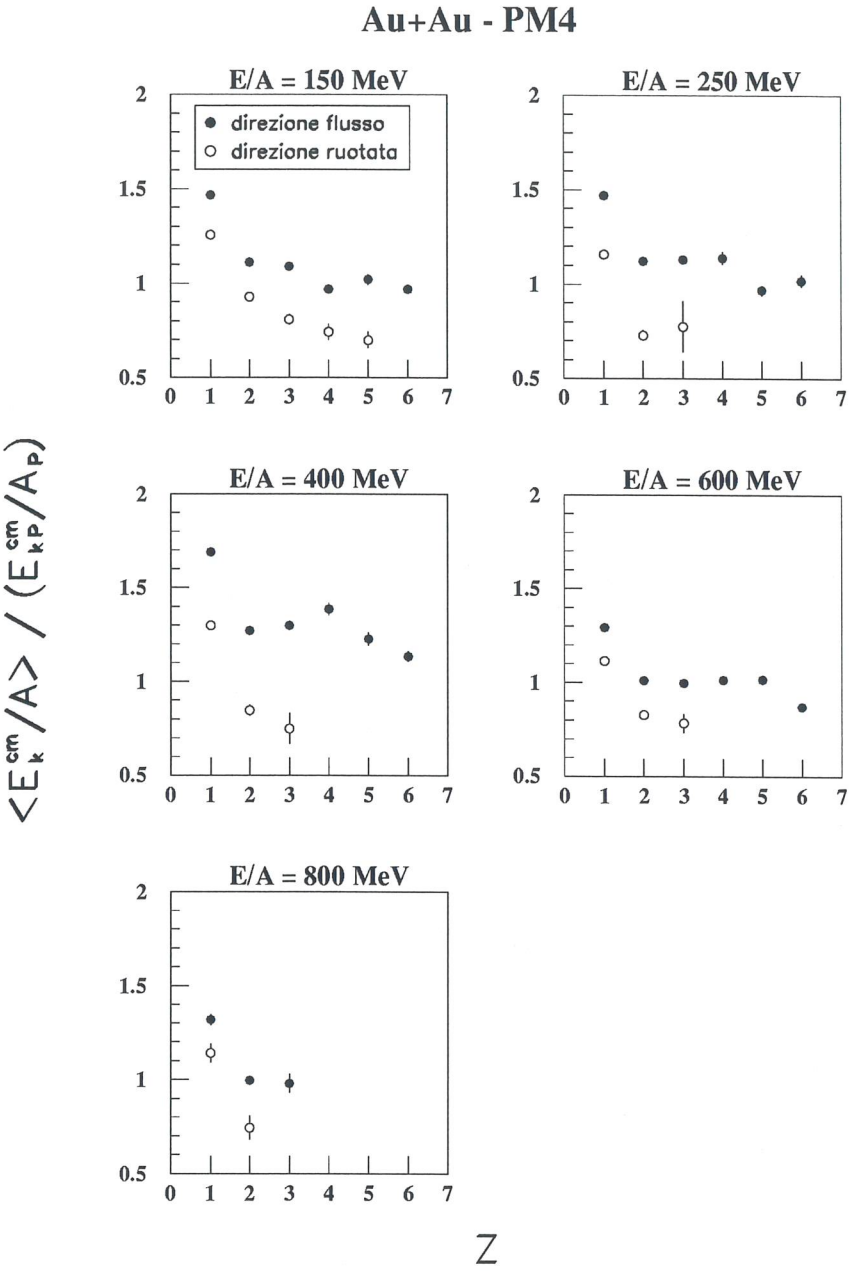


Figura 8.6: Valor medio dell'energia cinetica per nucleone nel CM, normalizzato all'energia cinetica per nucleone del proiettile nel CM, delle particelle emesse nella direzione di flusso (•) e nel cono ruotato di $\varphi = 180^0$ (○), in funzione del numero atomico e dell'energia di bombardamento per l'intervallo di molteplicità PM4.

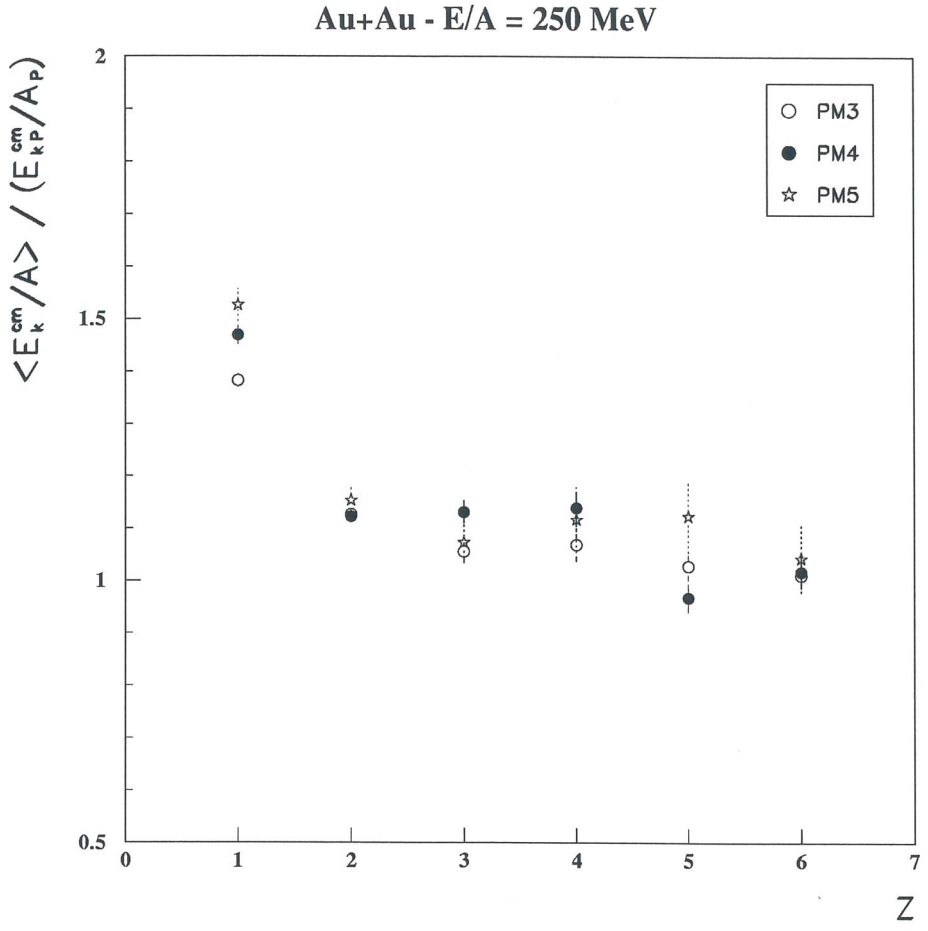


Figura 8.7: Valor medio dell'energia cinetica per nucleone nel CM, normalizzato all'energia cinetica per nucleone del proiettile nel CM, delle particelle emesse nella direzione di flusso all'energia di bombardamento di 250A MeV per gli intervalli di molteplicità PM3, PM4 e PM5.

	$< E_k^{cm}/A >^{f.} / < E_k^{cm}/A >^{n.f.}$					
	direzione di flusso			*direzione ruotata*		
250A MeV	PM3	PM4	PM5	PM3	PM4	PM5
$Z = 1$	0.99	1.01	1.01	1.00	0.99	0.92
$Z = 2$	0.95	1.03		0.96	0.92	
$Z = 3$	1.01	1.02				
400A MeV	PM3	PM4	PM5	PM3	PM4	PM5
$Z = 1$	0.97	1.03	1.02	1.04	1.05	
$Z = 2$	0.99	1.00				
600A MeV	PM3	PM4	PM5	PM3	PM4	PM5
$Z = 1$	0.96	1.04		0.90	1.09	
$Z = 2$	1.00	0.96				

Tabella 8.1: Rapporto tra valor medio dell'energia cinetica per nucleone nel CM per eventi filtrati e non filtrati attraverso l'accettanza del rivelatore.

$$\hat{y''} = \hat{y'} = (-\frac{Q_y}{Q}, \frac{Q_x}{Q}, 0) \tag{8.15}$$

$$\hat{z''} = (\frac{Q_x}{Q} \sin\vartheta_F, \frac{Q_y}{Q} \sin\vartheta_F, \cos\vartheta_F) \ , \tag{8.16}$$

ove $\hat{y'}$ è normale al piano di reazione e $\hat{z''}$ individua l'asse di flusso. Si può vedere dalla distribuzione delle particelle nel piano

$$(p^{z''}/A = \hat{z''} \cdot \vec{p}^{\ cm}/A, \ p^{x''}/A = \hat{x''} \cdot \vec{p}^{\ cm}/A) \ ,$$

(figura 8.8) che la direzione di flusso è essenzialmente determinata dal *rimbalzo*, ben localizzato nello spazio degli impulsi, e non dallo *spruzzo laterale*, al quale corrisponde un angolo di flusso sicuramente più grande di ϑ_F, ma difficilmente estraibile poiché i due tipi di flusso non sono separabili in modo netto. Si possono allora definire dei coni attorno a delle direzioni individuate da $\vartheta_F + \Delta\vartheta$ (si è scelto $\Delta\vartheta = 10^0$). In tal modo si può sperare di ridurre entro il cono il contributo dei frammenti provenienti dal *rimbalzo* e di investigare direttamente il moto collettivo della regione partecipante. Nella figura 8.9 vi è un esempio all'energia di bombardamento di 250A MeV: si può osservare

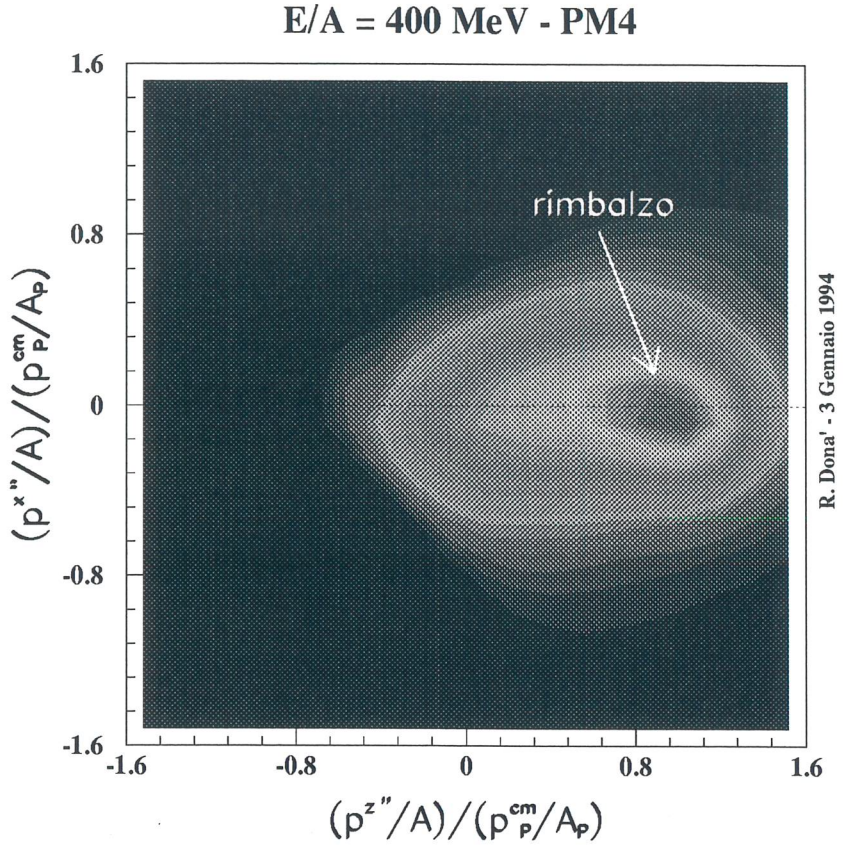


Figura 8.8: Distribuzione dei frammenti nel piano delle componenti secondo z'' e x'' dell'impulso per nucleone nel CM (normalizzato all'impulso per nucleone nel CM del proiettile). Le curve di livello corrispondono a tagli equispaziati, secondo una scala lineare, del numero dei conteggi.

che i valori sono leggermente inferiori rispetto a quanto accade per i frammenti emessi lungo la direzione di flusso. Si è trovato che questo è generale sia al variare dell'intervallo di molteplicità considerato (cioè al variare del parametro di impatto) che dell'energia di bombardamento.

Infine si è investigata l'eventuale dipendenza dei risultati ottenuti dal metodo di analisi scelto. Un altro metodo possibile è, infatti, l'utilizzazione diretta del tensore di flusso cinetico 5.1. In tal caso il piano di reazione contiene l'asse del fascio e il più grande dei tre autovettori ottenuti dalla

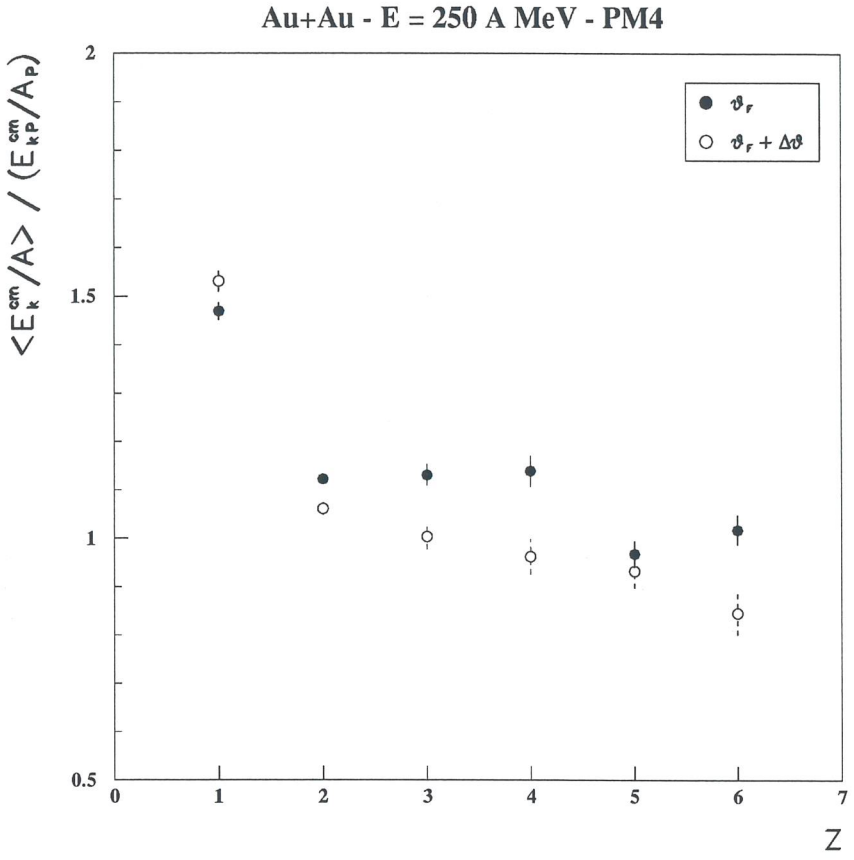


Figura 8.9: Valor medio dell'energia cinetica per nucleone nel CM (normalizzato all'energia cinetica per nucleone del proiettile nel CM) delle particelle emesse nei coni attorno alle direzioni definite da ϑ_F e $\vartheta_F + 10^0$ (energia di bombardamento di 250 MeV per nucleone, intervallo di molteplicità PM4).

diagonalizzazione del tensore, il quale definisce la direzione di flusso. Costruendo poi i coni in modo del tutto analogo con quanto fatto sopra, si trova che gli spettri di energia cinetica sono del tutto simili a quelli ottenuti con il metodo precedente. Si è trovato infatti che, in generale, l'angolo relativo tra le direzioni di flusso determinate con il tensore di flusso cinetico e con il metodo utilizzato in questo capitolo varia tra 2^0 e 5^0. Nella figura 8.10 si presenta un esempio di energie cinetiche medie per nucleone nel CM con i metodi che si avvalgono rispettivamente dell'analisi dell'impulso trasverso (TMA) e del tensore di flusso cinetico (KFT) per la ricostruzione del piano

di reazione. L'evidenza che vi è praticamente indipendenza dal metodo porta a concludere che i risultati presentati hanno sostanziale valore fisico, e queste misure costituiranno un banco di prova per i modelli dinamici in questo dominio energetico.

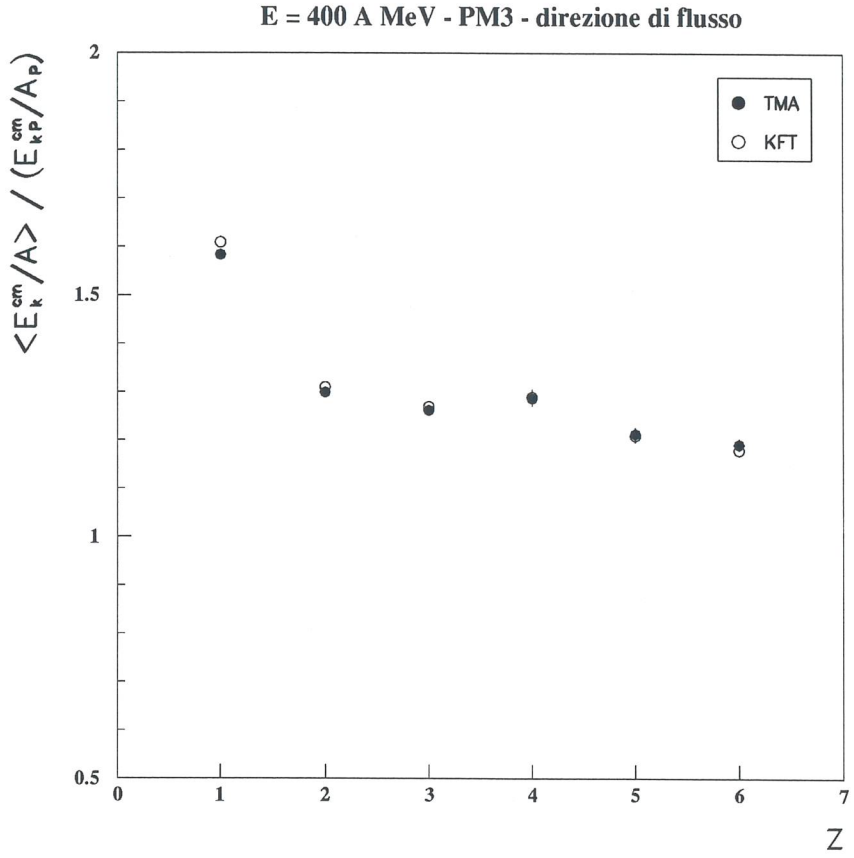


Figura 8.10: Confronto tra i valori medi dell'energia cinetica per nucleone nel CM (normalizzati all'energia cinetica per nucleone del proiettile nel CM) delle particelle emesse nella direzione di flusso ottenuti, per l'energia di bombardamento di $400A$ MeV e l'intervallo PM3, ricostruendo il piano di reazione con il metodo dell'impulso trasverso (TMA) e con il tensore di sfericità (KFT).

8.3 Confronto con la teoria

Il confronto dei modelli microscopici con i risultati sperimentali è stato,

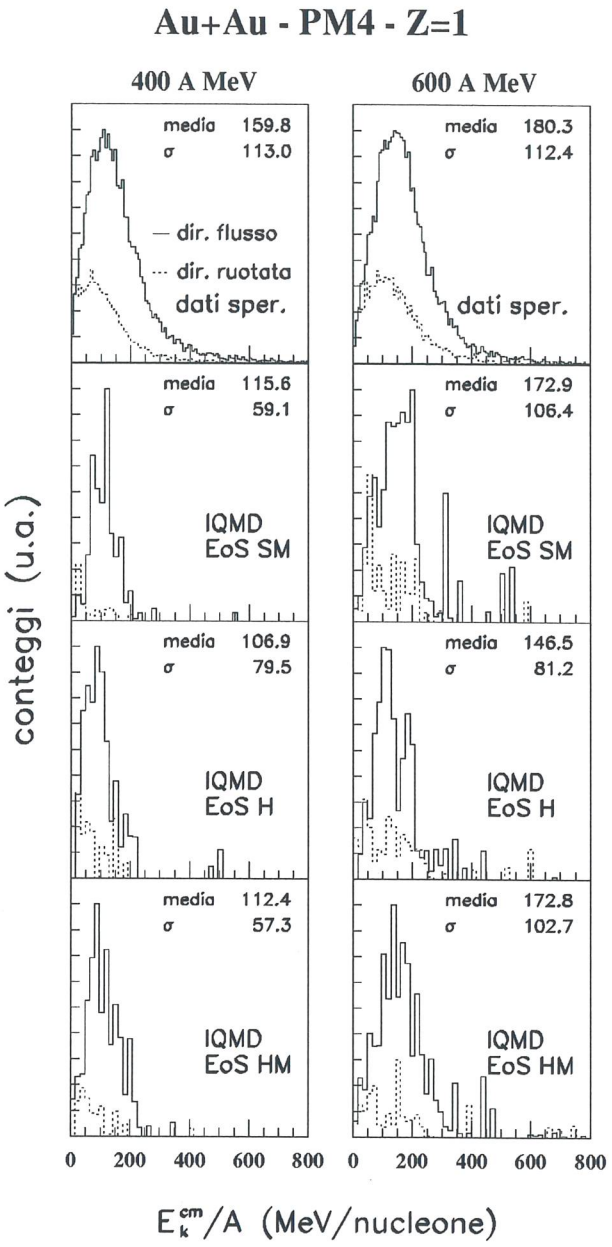


Figura 8.11: Confronto tra le distribuzioni sperimentali e gli spettri ottenuti con il modello IQMD, per varie equazioni di stato, dell'energia cinetica per nucleone nel CM delle particelle con $Z = 1$ emesse nel cono attorno alla direzione di flusso (linea continua) e alla direzione ruotata di $\varphi = 180^0$ (linea tratteggiata) per l'intervallo PM4 alle energie di bombardamento di 400 e 600A MeV. I valori medi e gli scarti quadratici medi si riferiscono agli spettri in linea continua.

anche in questo caso, estremamente difficoltoso poiché, per valutare le distribuzioni in coni con piccola semiapertura, occorrerebbe utilizzare una grande statistica di eventi simulati che non è però disponibile.

L'informazione generale che si ottiene è che equazioni di stato senza l'inclusione della dipendenza del potenziale di interazione dall'impulso sottostimano i valori medi degli spettri sperimentali dell'energia cinetica per nucleone (figura 8.11). Al contrario le equazioni di stato soffice e rigida con dipendenza dall'impulso del potenziale (SM e HM) sembrano riprodurre meglio le tendenze sperimentali (a 600 MeV per nucleone sia i valori medi che le larghezze), anche se è difficile concludere sul valore della effettiva rigidità dell'equazione di stato della materia nucleare.

8.4 Varianti alla tecnica di analisi

L'angolo di flusso è una variabile che risente notevolmente degli effetti dell'accettanza del rivelatore (tabella 5.1). In tal modo i coni costruiti evento per evento non puntano, in realtà, esattamente lungo la vera direzione del flusso collettivo. Su suggerimento di A. Gobbi e di N. Herrmann si è provato a modificare la tecnica di analisi costruendo i coni lungo una direzione di flusso fissata, e quindi non evento per evento, nel modo di seguito esposto. Si ricostruisce il piano di reazione mediante la tecnica in impulso trasverso di Danielewicz e Odyniec. Si considera poi sul piano di reazione così trovato il valor medio $< \vartheta_F >$ delle distribuzioni sperimentali $dN/d\cos\vartheta_F$ (in tal modo vengono ridotte le distorsioni dovute al numero finito di particelle) calcolate mediante il tensore di flusso cinetico 5.1 e non costruendo soltanto l'ellisse nel piano di reazione come fatto in precedenza: questo, come visto, comporta soltanto qualche grado di differenza e, per ridurre ulteriormente gli effetti dovuti al metodo, la semiapertura dei coni viene portata da 2^0 a 5^0. I valori medi $< \vartheta_F >$ sono quindi corretti per la riduzione dovuta all'accettanza del rivelatore utilizzando gli eventi simulati mediante IQMD. Ad esempio a 400 MeV per nucleone il fattore di correzione di $< \vartheta_F >$ è stato determinato mediante IQMD con EoS SM (tabella 5.1): i valori di $< \vartheta_F >$ corretti sono 9.5^0 per PM3, 18.5^0 per PM4 e 25.8^0 per PM5. I coni vengono quindi costruiti

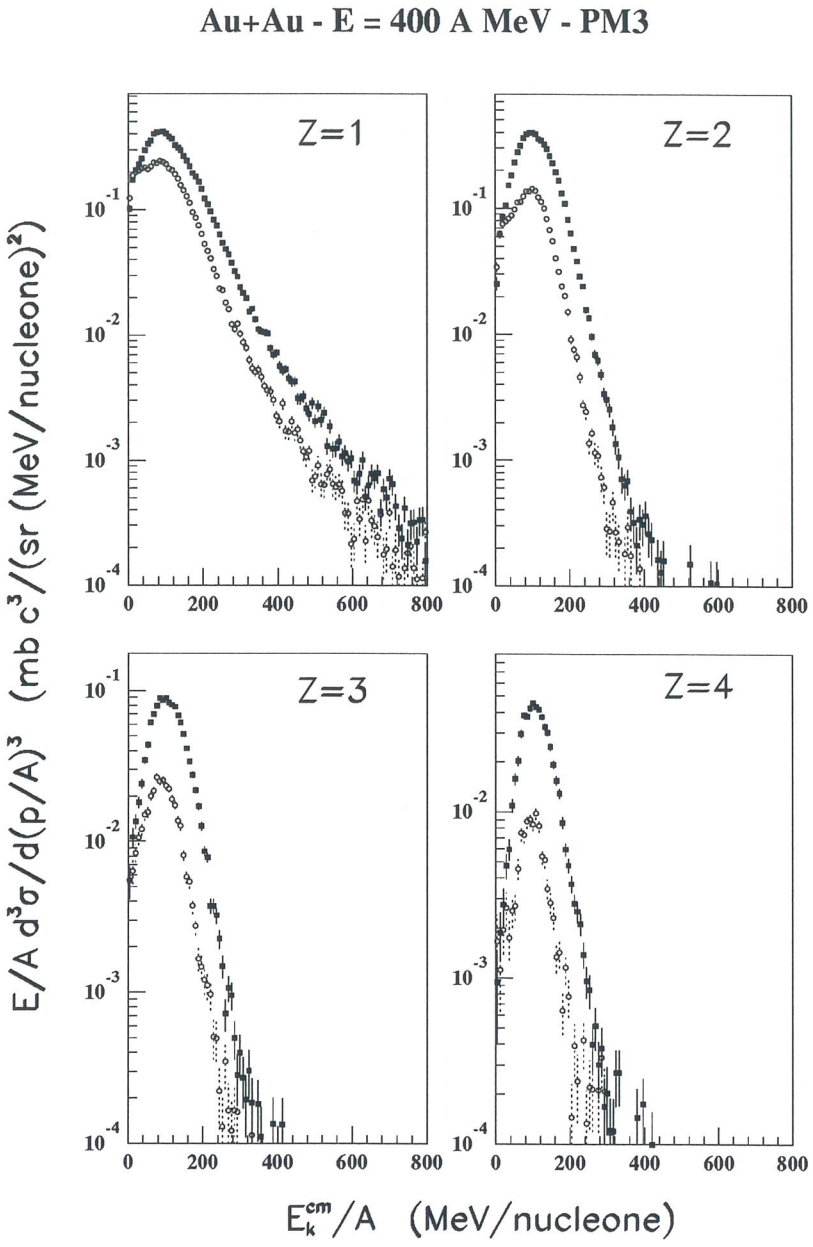


Figura 8.12: Spettri di energia cinetica per nucleone nel CM per eventi relativi all'intervallo di molteplicità PM3 a $400A$ MeV, per particelle nella direzione di flusso (•) e nella direzione ruotata di $\varphi = 180^0$ (○). L'angolo di flusso vale 9.5^0.

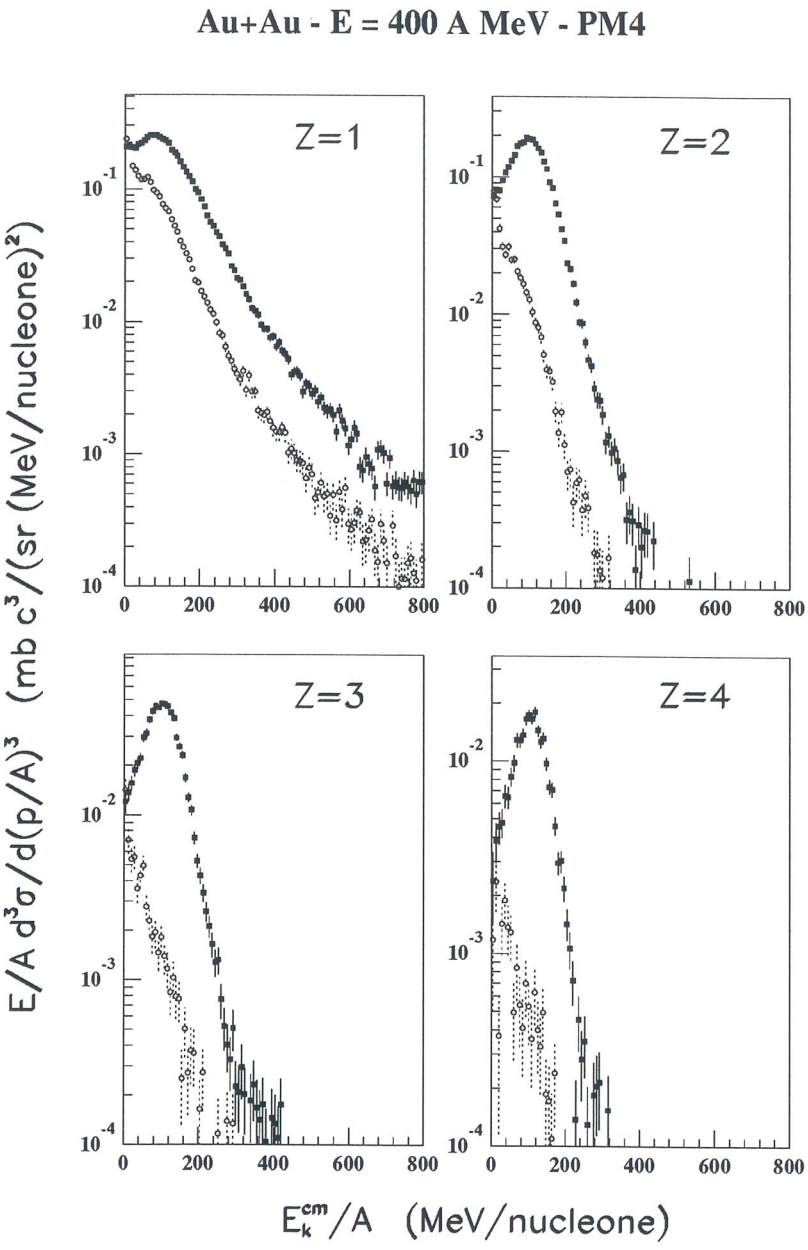


Figura 8.13: Spettri di energia cinetica per nucleone nel CM per eventi relativi all'intervallo di molteplicità PM4 a $400A$ MeV, per particelle nella direzione di flusso (•) e nella direzione ruotata di $\varphi = 180^0$ (○). L'angolo di flusso vale 18.5^0.

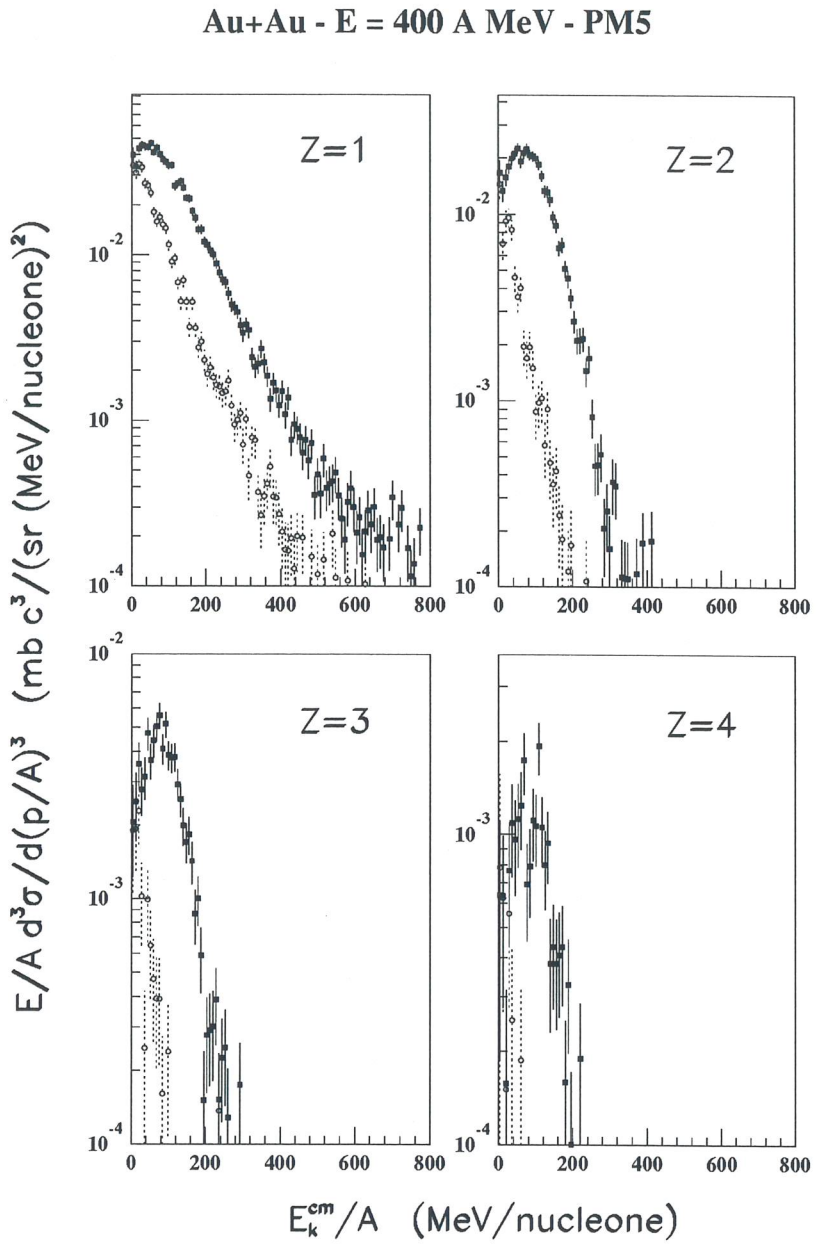


Figura 8.14: Spettri di energia cinetica per nucleone nel CM per eventi relativi all'intervallo di molteplicità PM5 a $400A$ MeV, per particelle nella direzione di flusso (•) e nella direzione ruotata di $\varphi = 180^0$ (○). L'angolo di flusso vale 25.8^0.

attorno alle direzioni definite da questi angoli polari. Analogamente a quanto fatto precedentemente si considerano anche i coni ottenuti per rotazione di un angolo azimutale $\varphi = 180^0$.

Nelle figure 8.12, 8.13 e 8.14 vi sono le sezioni d'urto differenziali invarianti per l'energia di bombardamento di 400 MeV per nucleone, mentre nella figura 8.15 vi è il valor medio dell'energia cinetica per nucleone nel CM per i frammenti emessi nella direzione di flusso e nel cono ruotato di $\varphi = 180^0$. Nonostante qualche differenza nei valori ottenuti con questo nuovo metodo,

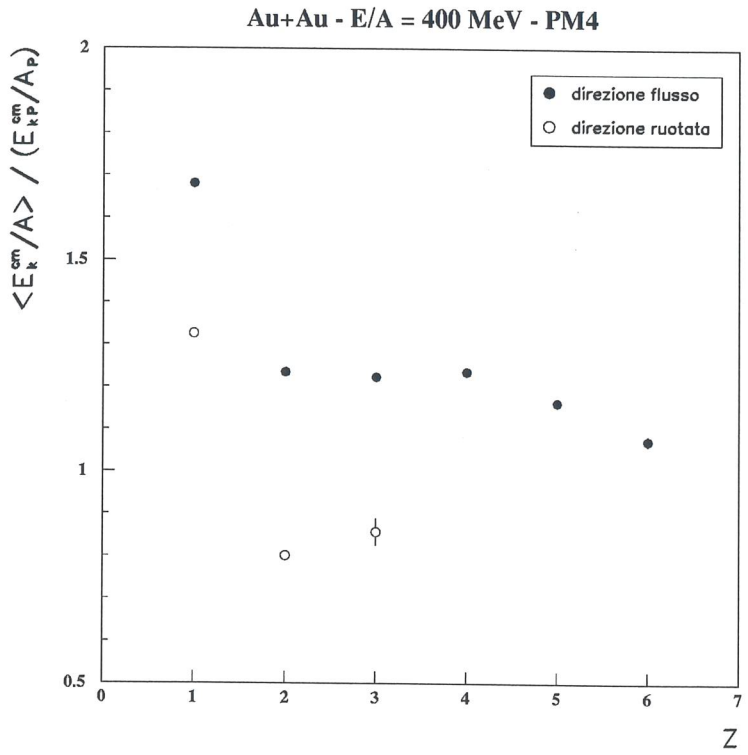


Figura 8.15: Valor medio dell'energia cinetica per nucleone nel CM, normalizzato all'energia cinetica per nucleone del proiettile nel CM, delle particelle emesse nella direzione di flusso (•) e nel cono ruotato (○) di $\varphi = 180^0$, in funzione del numero atomico (intervallo di molteplicità PM4 ed energia di bombardamento di $400A$ MeV).

si ha una sostanziale conferma di quanto trovato precedentemente, e cioè che le particelle lungo la direzione di flusso sono più numerose e più veloci

rispetto a quelle emesse nella direzione ruotata, e tale effetto aumenta con le dimensioni dei frammenti nucleari prodotti. Lo studio delle sezioni d'urto differenziali triple è quindi uno strumento molto potente che consente di trarre la seguente conclusione: i frammenti di massa intermedia costituiscono effettivamente un'ottima sonda dei fenomeni collettivi in reazioni indotte da ioni pesanti alle energie intermedie.

Conclusioni

Le collisioni con ioni pesanti alle energie intermedie sono uno strumento unico per studiare *in laboratorio* le proprietà della materia nucleare calda e densa. Nel presente lavoro è stato studiato il flusso collettivo di particelle cariche. Questo fenomeno coinvolge vari effetti, quali l'energia di compressione rilasciata durante la reazione, la dipendenza dell'interazione nucleone-nucleone dall'impulso, il valore della sezione d'urto nucleone-nucleone entro il mezzo nucleare, l'esplosione dovuta alla pressione termica. La novità dello studio presentato consiste nell'utilizzazione dei frammenti di massa intermedia ($Z \geq 3$) come sonda per investigare il flusso collettivo.

Le misure sono state effettuate presso i laboratori del GSI a Darmstadt utilizzando il rivelatore 4π detto FOPI nella sua Fase I, che consente misure esclusive, ad angoli nel laboratorio $1^0 \leq \theta_{lab} \leq 30^0$, di frammenti carichi ($1 \leq Z \leq 15$) prodotti in seguito alle reazioni su ^{197}Au indotte da nuclei di ^{197}Au accelerati dal complesso SIS/ESR alle energie di bombardamento di 150, 250, 400, 600 e 800 MeV per nucleone.

È stata condotta un'analisi del flusso collettivo in reazioni semicentrali, per le quali è possibile definire il piano di reazione, sia *parallelo* che *perpendicolare* al piano di reazione. La capacità del potente dispositivo sperimentale di effettuare misure esclusive ha consentito di investigare la dipendenza delle grandezze fisiche dall'energia di bombardamento, dalla centralità della collisione e dalla carica dei frammenti nucleari rivelati. Per meglio caratterizzare il flusso collettivo è stata inoltre sviluppata una nuova tecnica di indagine basata sulle sezioni d'urto differenziali triple.

Lo *spruzzo laterale* è stato studiato dettagliatamente con il metodo di Danielewicz e Odyniec investigando l'impulso trasverso medio per nucleone

delle particelle proiettato sul piano di reazione in funzione della rapidità normalizzata nel centro di massa, evidenziando una tendenza alla saturazione del parametro F di flusso in dipendenza del numero atomico dei frammenti nucleari prodotti. Le predizioni dei modelli dinamici microscopici QMD e IQMD, corrispondenti a varie equazioni di stato, sono state confrontate con i dati sperimentali. QMD, sia nella versione di J. Aichelin che in quella di G. Peilert, a $150A$ MeV sovrastima, per un'equazione di stato dura, gli impulsi trasversi sperimentali nella regione del *rimbalzo*, mentre a $400A$ MeV li sottostima. Includendo la dipendenza del potenziale di interazione dall'impulso si riesce a riprodurre le curve sperimentali nella regione della rapidità intermedia anche con un'equazione di stato soffice, continuando a sottostimarle, tuttavia, nella regione del *rimbalzo*. Per quanto concerne il modello IQMD, più sofisticato di QMD, si è trovato che a $150A$ MeV tutte le equazioni di stato sottostimano i dati sperimentali nella regione del *rimbalzo*, mentre nella regione della rapidità intermedia vi è buon accordo sia con l'equazione di stato soffice che con quella dura, nelle quali sia stata inclusa la dipendenza dell'interazione dall'impulso. A 400 e $600A$ MeV un'equazione di stato dura (con o senza la dipendenza del potenziale dall'impulso) sovrastima i dati sperimentali. Il miglior accordo con le curve misurate si ottiene, alle varie energie, con un'equazione di stato soffice (con l'inclusione della dipendenza dall'impulso), la quale riesce a riprodurre abbastanza bene le tendenze sperimentali per quanto concerne l'evoluzione sia con la centralità della reazione che con le dimensioni dei frammenti. Il risultato che, probabilmente, l'equazione di stato della materia nucleare è soffice, contrariamente a quanto pubblicato fino a poco tempo fa [Stö 86, Kam 89], è in accordo con dei calcoli recenti, basati su delle equazioni di trasporto, confrontati con vecchi dati sperimentali delle Collaborazioni Palla di Plastica e Diogene, in cui si è trovato che la costante K di incompressibilità nucleare vale tra 165 e 220 MeV [Pan 93].

Lo *schizzo esterno* è stato studiato osservando, nella regione della rapidità intermedia, come il numero di particelle prodotte e il valor medio degli spettri dell'energia cinetica trasversa per nucleone dipendono dall'angolo azimutale di emissione. È stato evidenziato che i frammenti preferiscono fluire perpendicolarmente rispetto al piano di reazione, e questo è tanto più vero

quanto più essi sono pesanti.

Infine per la prima volta sono state investigate sistematicamente le sezioni d'urto differenziali triple $d^3\sigma/dp^3$ analizzando le distribuzioni delle particelle in zone ristrette dello spazio degli impulsi. Si è, in particolare, studiato cosa accade in un cono costruito attorno alla direzione di flusso ed in un cono ottenuto ruotando azimutalmente il primo di 180^0. Si è osservato che i frammenti nella direzione di flusso sono più numerosi e più veloci rispetto ai prodotti emessi nel cono ruotato: anche in tal caso l'effetto aumenta con il numero atomico, confortando l'idea che al moto ordinato collettivo sia sovraimposto un moto statistico casuale di origine termica il cui effetto diminuisce con le dimensioni dei frammenti. Questo proverebbe che i frammenti di massa intermedia sono molto più sensibili agli effetti di flusso che i frammenti leggeri, ed è quindi importante considerarli una sonda dei fenomeni legati al moto ordinato collettivo. In generale le distribuzioni sperimentali non sono ben riprodotte dai modelli QMD e IQMD. Tuttavia includendo la dipendenza del potenziale dall'impulso i calcoli teorici sembrano descrivere meglio le tendenze sperimentali.

In questo campo rimane ancora molto da fare. In tal senso occorre attendere che la Fase II dell'esperimento divenga completamente operativa: il rivelatore non avrà più le severe limitazioni geometriche della Fase I, potranno essere separati isotopicamente i frammenti leggeri e saranno identificati anche pioni e kaoni. Sarà allora possibile studiare dettagliatamente la forma delle distribuzioni di rapidità dN/dy per determinare la sezione d'urto nucleone-nucleone efficace. Inoltre la produzione di pioni e kaoni dovrebbe essere sensibile alla dipendenza del potenziale di interazione dall'impulso. Informazioni importanti potranno provenire anche da un'analisi sistematica delle sezioni d'urto differenziali triple $d^3\sigma/dp^3$ orientando la direzione di osservazione in ϑ e φ verso regioni differenti dello spazio degli impulsi che possano essere più sensibili agli effetti di superficie (dipendenza del potenziale nucleone-nucleone dall'impulso) o agli effetti di volume (compressione) o alla sezione d'urto efficace nucleone-nucleone. Infine facendo collidere sistemi simmetrici diversi da ^{197}Au si potrà studiare sistematicamente l'evoluzione del flusso collettivo con

la massa totale presente nel canale di entrata: questo potrebbe permettere di investigare l'influenza delle dimensioni finite dei nuclei nella misura degli effetti di flusso.

Bibliografia

[Aic 85] J. Aichelin, G.F. Bertsch, Phys. Rev. C 31 (1985) 1730

[Aic 86] J. Aichelin, H. Stöcker, Phys. Lett. 176 B (1986) 14

[Aic 87] J. Aichelin, A. Rosenhauer, G. Peilert, H. Stöcker, W. Greiner, Phys. Rev. Lett. 58 (1987) 1926

[Aic 88] J. Aichelin, G. Peilert, A. Bohnet, A. Rosenhauer, H. Stöcker, W. Greiner, Phys. Rev. C 37 (1988) 2451

[Aic 91] J. Aichelin, Phys. Rep. 202 (1991) 233

[Ain 87] T.L. Ainsworth *et al.*, Nucl. Phys. A 464 (1987) 740

[Ala 87] J.P. Alard *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A 261 (1987) 379

[Ala 92] J.P. Alard e la Collaborazione FOPI, Phys. Rev. Lett. 69 (1992) 889

[Ana 83] M.R. Anastasio, L.S. Celenza, W.S. Pong, C.M. Shakin, Phys. Rep. 100 (1983) 327

[Ang 91] A.R. DeAngelis, A.Z. Mekjian, in Relativistic Heavy Ion Physics, a cura di L.P. Csernai e D.D. Strottman [Int. Rev. Nucl. Phys. 5 (1991) 363], (World Scientific, Singapore, 1991)

[Arn 82] L.G. Arnold *et al.*, Phys. Rev. C 25 (1982) 936

[Bad 82] A. Baden, H.H. Gutbrod, H. Löner, M. Maier, A.M. Poskanzer, T. Renner, H. Riedesel, H.G. Ritter, H. Spieler, A. Warwick, F. Weik, H. Wieman, Nucl. Instr. Meth. 203 (1982) 189

[Bar 85] E. Baron, J. Coperstein, S. Kahana, Phys. Rev. Lett. 55 (1985) 126

[Bau 75] H.G. Baumgardt, J.U. Schott, Y. Sakamoto, E. Schopper, H. Stöcker, J. Hofmann, W. Scheid, W. Greiner, Z. Physik A 273 (1975) 359

[Bec 87] P. Beckmann *et al.*, Mod. Phys. Lett. A 2 (1987) 163

[Ber 75] G.F. Bertsch, Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 697

[Ber 83] G.F. Bertsch, P. Siemens, Phys. Lett. 126 B (1983) 9

[Ber 84] G.F. Bertsch, H. Kruse, S. Das Gupta, Phys. Rev. C 29 (1984) 673

[Ber 88] G.F. Bertsch, S. Das Gupta, Phys. Rep. 160 (1988) 189

[Ber 92] M. Berenguer, C. Hartnack, G. Peilert, H. Stöcker, W. Greiner, J. Aichelin, A. Rosenhauer, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 18 (1992) 655

[Bjo 70] J.D. Bjorken, S.J. Brodsky Phys. Rev. D 1 (1970) 1416

[Blä 93] B. Blättel, V. Koch, U. Mosel, Rep. Prog. Phys. 56 (1993) 1

[Boc 87] R. Bock *et al.*, Mod. Phys. Lett. A 2 (1987) 721

[Boh 39] N. Bohr, J.A. Wheeler, Phys. Rev. 56 (1939) 426

[Bol 72] L. Boltzmann, Wien. Ber. 66 (1872) 275

[Bon 88] A. Bonasera, L.P. Csernai, B. Schürmann, Nucl. Phys. A 476 (1988) 159

[Bot 86] W. Botermans, R. Malfliet, Phys. Lett. 171 B (1986) 22

[Bra 79] S. Brandt, H.D. Dahmen, Z. Phys. C 1 (1979) 61

[Bri 93] P. Brill *et al.*, Phys. Rev. Lett. 71 (1993) 336

[Bro 76] G.E. Brown, A.D. Jackson, The nucleon-nucleon interaction (North-Holland, 1976)

[Buc 83] G. Buchwald, G. Graebner, J. Theis, J. Maruhn, W. Greiner, H. Stöcker, K. Frankel, M. Gyulassy, Phys. Rev. C 28 (1983) 2349

[Buc 84] G. Buchwald, G. Graebner, J. Theis, J.A. Maruhn, W. Greiner, H. Stöcker, Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 1594

[Bur 92] G.F. Burgio, P. Chomaz, J. Randrup, Phys. Rev. Lett. 69 (1992) 885

[Cas 92] W. Cassing, A. Lang, S. Teis, K. Weber, Nucl. Phys. A 545 (1992) 123c

[Cha 73] G.F. Chapline, M.H. Johnson, E. Teller, M.S. Weiss, Phys. Rev. D 8 (1973) 44

[Cse 86] L.P. Csernai, J.I. Kapusta, Phys. Rep. 131 (1986) 223

[Cse 91] L.P. Csernai e D.D Strottman, in Relativistic Heavy Ion Physics, a cura di L.P. Csernai e D.D. Strottman [Int. Rev. Nucl. Phys. 5 (1991) 1], (World Scientific, Singapore, 1991)

[Cug 82] J. Cugnon, J. Knoll, C. riedel, Y. Yariv, Phys. Lett. 109 B (1982) 167

[Cug 84] J. Cugnon, Phys. Lett. 135 B (1984) 374

[Dan 79] P. Danielewicz, Nucl. Phys. A 314 (1979) 465

[Dan 83] P. Danielewicz, M. Gyulassy, Phys. Lett. 129 B (1983) 283

[Dan 85] P. Danielewicz, G. Odyniec, Phys. Lett. 157 B (1985) 146

[Dan 88] P. Danielewicz *et al.*, Phys. Rev. C 38 (1988) 120

[Dem 90] M. Demoulins *et al.*, Phys. Lett. 241 B (1990) 476

[Dos 85] K.G.R. Doss, H.Å. Gustafsson, H.H. Gutbrod, B. Kolb, H. Löner, B. Ludewigt, A.M. Poskanzer, T. Renner, H. Riedesel, H.G. Ritter, H.R. Schmidt, H. Wieman, Phys. Rev. C 32 (1985) 116

[Dos 86] K.G.R. Doss, H.Å. Gustafsson, H.H. Gutbrod, K.H. Kampert, B. Kolb, H. Löner, B. Ludewigt, A.M. Poskanzer, H.G. Ritter, H.R. Schmidt, H. Wieman, Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 302

[Dos 87] K.G.R. Doss, H.Å. Gustafsson, H.H. Gutbrod, J.W. Harris, B.V. Jacak, K.H. Kampert, B. Kolb, A.M. Poskanzer, H.G. Ritter, H.R. Schmidt, L. Titelbaum, M. Tincknell, S. Weiss, H. Wieman, Phys. Rev. Lett. 59 (1987) 2720

[Ess 87] H.G. Essel *et al.*, GOOSY - GSI Online Offline System, Darmstadt (1987)

[Fel 90] H. Feldmeier, Nucl. Phys. A 515 (1990) 147

[Fin 82] E. Finn *et al.*, Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 1321

[Fis 67] E. Fisher, Physics 3 (1967) 255

[Fri 81] B. Friedmann, V.R. Pandharipande, Nucl. Phys. A 361 (1981) 502

[Fri 90] W.A. Friedman, Phys. Rev. C 42 (1990) 667

[Gib 88] B.F. Gibson, B.H.J. MacKellar, Few Body Syst. 3 (1988) 143

[Gla 59] A.E. Glassgold, W. Heckrotte, K.M. Watson, Annals of Physics 6 (1959) 1

[Gle 88] N.K. Glendenning, Phys. Rev. C 37 (1988) 2733

[Gob 93] A. Gobbi *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A 324 (1993) 156

[Gre 87] G. Gregoire, B. Remaud, F. Sébille, L. Vinet, Y. Raffray, Nucl. Phys. A 465 (1987) 317

[Gre 93] W. Greiner, H. Stöcker, comunicazione privata (Strasburgo, Maggio 1993)

[Gus 84] H.Å. Gustafsson, H.H. Gutbrod, B. Kolb, H. Löner, B. Ludewigt, A.M. Poskanzer, T. Renner, H. Riedesel, H.G. Ritter, A. Warwick, F. Weik, H. Wieman, Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 1590

[Gut 89a] H.H. Gutbrod, A.M. Poskanzer, H.G. Ritter, Rep. Prog. Phys. 52 (1989) 1267

[Gut 89b] H.H. Gutbrod, K.H. Kampert, B.W. Kolb, A.M. Poskanzer, H.G. Ritter, H.R. Schmidt, Phys. Lett. 216 B (1989) 267

[Gut 90] H.H. Gutbrod, K.H. Kampert, B. Kolb, A.M. Poskanzer, H.G. Ritter, R. Schicker, H.R. Schmidt, Phys. Rev. C42 (1990) 640

[Gyu 82] M. Gyulassy, K.A. Frankel, H. Stöcker, Phys. Lett. 110 B (1982) 185

[Haa 87] B. ter Haar, R. Malfliet, Phys. Rep. 149 (1987) 207

[Ham 90] S. Hama *et al.*, Phys. Rev. C 41 (1990) 2737

[Har 93a] G. Hartnack, tesi di dottorato (1993) [GSI-93-5]

[Har 93b] G. Hartnack, J. Aichelin, LPN-93-13 (rapporto interno, 1993)

[Hil 82] W. Hillebrandt, Astron. Astrophys. 110 (1982) L3-6

[Hil 89] W. Hillebrandt *et al.*, in The Nuclear Equation of State a cura di W. Greiner e H. Stöcker (NATO ASI Series, Peniscola, 1989) p. 689

[Höl 93] S. Hölbling, filtro del rivelatore FOPI, comunicazione privata (1993)

[Hot 91] D. L'Hote, J. Cugnon in Relativistic Heavy Ion Physics, a cura di L.P. Csernai e D.D. Strottman [Int. Rev. Nucl. Phys. 5 (1991) 38], (World Scientific, Singapore, 1991)

[Jän 92a] J. Jänicke, J. Aichelin, N. Ohtsuka, R.Linden, A. Faessler, Nucl. Phys. A 536 (1992) 201

[Jän 92b] J. Jänicke, J. Aichelin, Nucl. Phys. A 547 (1992) 542

[Jeo 93] S.C. Jeong *et al.*, GSI-93-38 preprint (1993), inviato a Phys. Rev. Lett.

[Kam 89] K.H. Kampert, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 15 (1989) 691

[Kru 85] H. Kruze, B.V. Jacak, H. Stöcker, Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 289

[Kuh 93] C. Kuhn *et al.*, Phys. Rev. C 48 (1993) 1232

[Lei 93] Y. Leifels *et al.*, Phys. Rev. Lett. 71 (1993) 963

[Mar 91] J.A. Marhun, in Relativistic Heavy Ion Physics, a cura di L.P. Csernai e D.D. Strottman [Int. Rev. Nucl. Phys. 5 (1991) 81], (World Scientific, Singapore, 1991)

[Nag 85] S. Nagamiya, in Progress in Particle and Nuclear Physics, Vol.15, a cura di A. Faessler (Pergamon Press, Oxford 1985) 363

[Neg 82] J.W. Negele, Reviews of Modern Physics 54 (1982) 913

[Nom 88] K. Nomoto, M. Hashimoto, Phys. Rep. 163 (1988) 13

[Nor 28] L. Nordheim, Proc. Roy. Soc. (Londra) A 119 (1928) 689

[Ogi 89] C.A. Ogilvie *et al.*, Phys. Rev. C 40 (1989) 2592

[Oht 87] N. Ohtsuka, R. Linden, A. Faessler, F.B. Malik, Nucl. Phys. A 465 (1987) 550

[Ono 92] A. Ono, H. Horiuchi, T. Maruyama, A. Ohnishi, Phys. Rev. Lett. 68 (1992) 2898

[Pan 93] Q. Pan, P. Danielewicz, Phys. Rev. Lett. 70 (1993) 2062

[Pei 89] G. Peilert, H. Stöcker, W. Greiner, A. Rosenhauer, A. Bohnet, J. Aichelin, Phys. Rev. C 39 (1989) 1402

[Pei 92] G. Peilert, J. Konopka, H. Stöcker, W. Greiner, M. Blann, M.G. Mustafa, Phys. Rev. C 46 (1992) 1457

[Pei 93] G. Peilert *et al.*, Proceedings of the XXXI International Winter Meeting on Nuclear Physics, a cura di I. Iori, Bormio 1993, p. 43

[Pos 93] A.M. Poskanzer, filtro SIMDAT del rivelatore Palla/Muro di Plastica, comunicazione privata (1993)

[Ram 93] F. Rami e R. Donà per la Collaborazione FOPI, Proceedings of the XXXI International Winter Meeting on Nuclear Physics, a cura di I. Iori, Bormio 1993, p. 201

[Ros 53] M.E. Rose Phys. Rev. 91 (1953) 610

[Sch 74] W. Scheid, H. Müller, W. Greiner, Phys. Rev. Lett. 32 (1974) 741

[Sch 91a] H.R. Schmidt, GSI-91-03 (rapporto interno, 1991)

[Sch 91b] T. Schwab, GSI Report-91-10 (1991)

[Sch 93] W. Schmidt, U. Katscher, B. Waldhauser, J.A. Maruhn, H. Stöcker, W. Greiner, Phys. Rev. C 47 (1993) 2782

[Sha 88] M. Sharma *et al.*, Phys. Rev. C 38 (1988) 2562

[Sod 92] U. Sodan, comunicazione privata (1992)

[Stö 80] H. Stöcker, J.A. Marhun, W. Greiner, Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 725

[Stö 82] H. Stöcker, L.P. Csernai, G. Graebner, G. Buchwald, H. Kruse, R.Y. Cusson, J.A. Marhun, W. Greiner, Phys. Rev. C 25 (1982) 1873

[Stö 86] H. Stöcker, W. Greiner, Phys. Rep. 137 (1986) 277

[Str 83] H. Ströbele, R. Brockmann, J.W. Harris, F. Riess, A. Sandoval, R. Stock, K.L. Wolf, H.G. Pugh, L.S. Schroeder, R.E. Renfordt, K. Tittel, M. Maier, Phys. Rev. C 27 (1983) 1349

[Sur 91] E. Suraud, Ann. Phys. Fr. 16 (1991) 193

[Tez 92] R. Tezkratt, Tesi di dottorato (Strasburgo 1992)

[Tre 81] J. Treiner *et al.*, Nucl. Phys. A 317 (1981) 253

[Ueh 33] E.A. Uehling, G.E. Uhlenbeck, Phys. Rev. 43 (1933) 552

[Ven 93] L.B. Venema *et al.*, Phys. Rev. Lett. 71 (1993) 835

[Vla 38] A. Vlasov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 8 (1938) 291

[Wie 93a] T. Wienold, comunicazione privata (1993)

[Wie 93b] T. Wienold, tesi di dottorato (Heidelberg 1993) [GSI-93-28] e comunicazione privata (1993)

[Won 74] C.Y. Wong, T.A. Welton, Phys. Lett. 49 B (1974) 243

[Woo 84] S.E. Woosley, T.A. Weaver, Bull. Am. Astron. Soc. 16 (1984) 971